

**ГАОУ ВО «ДАГЕСТАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ
УНИВЕРСИТЕТ НАРОДНОГО ХОЗЯЙСТВА»**

*Утверждены решением
Ученого совета,
протокол № 10
от 30 мая 2017*

**КАФЕДРА «ПРИКЛАДНАЯ МАТЕМАТИКА И
ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ»**

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

ПО ДИСЦИПЛИНЕ

**«МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭКОНОМИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ
И СИСТЕМ»**

**НАПРАВЛЕНИЕ ПОДГОТОВКИ –09.03.03
ПРИКЛАДНАЯ ИНФОРМАТИКА, ПРОФИЛЬ «ПРИКЛАД-
НАЯ ИНФОРМАТИКА В ЭКОНОМИКЕ»**

Уровень высшего образования - бакалавриат

Махачкала - 2017

УДК: 519.876.5

ББК: 22.18

А 50

Составитель – Магомедов Курбан Ахмедович, профессор кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» ДГУНХ.

Внутренний рецензент: Якубов Амучи Загирович, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» ДГУНХ.

Внешний рецензент: Ибрагимов Мурад Гаджиевич, кандидат физико-математических наук, доцент кафедры высшей алгебры и геометрии Дагестанского государственного университета

Представитель работодателя: Сайидахмедов Сайидахмед Сергеевич, генеральный директор компании «Текама»

Оценочные материалы по дисциплине «Моделирование экономических процессов и систем» разработаны в соответствии с требованиями федерального государственного образовательного стандарта высшего образования по направлению подготовки 09.03.03 «Прикладная информатика», утвержденного приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 12 марта 2015 г., № 207, в соответствии с приказом Министерства образования и науки Российской Федерации от 5.04.2017 г. № 301 «Об утверждении Порядка организации и осуществления образовательной деятельности по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета, программам магистратуры».

Оценочные материалы по дисциплине «Моделирование экономических процессов и систем» размещены на официальном сайте www.dgunh.ru

Магомедов К.А. Рабочая программа дисциплины «Моделирование экономических процессов и систем» для направления подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, профиль «Прикладная информатика в экономике» – Махачкала: ДГУНХ, 2017 - 74 с.

Рекомендованы к утверждению Учебно-методическим советом ДГУНХ 29 мая 2017 г.

Рекомендованы к утверждению руководителем основной профессиональной образовательной программы высшего образования – программы бакалавриата по направлению подготовки 09.03.03 Прикладная информатика, профиль «Прикладная информатика в экономике», Раджабов К.Я., к.э.н., доцент

Одобрены на заседании кафедры «Прикладная математика и информационные технологии» 25 мая 2017 г., протокол № 10.

СОДЕРЖАНИЕ

Назначение оценочных материалов.....	3
РАЗДЕЛ 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины.....	5
1.1 Перечень формируемых компетенций.....	5
1.2 Перечень компетенций с указанием этапов их формирования.....	5
РАЗДЕЛ 2. Задания, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине.....	10
РАЗДЕЛ 3. Описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания.....	64
РАЗДЕЛ 4. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков, характеризующие этапы формирования компетенций.....	68
Лист актуализации оценочных материалов дисциплины	74

Назначение оценочных материалов

Оценочные материалы для текущего контроля успеваемости (оценивания хода освоения дисциплины) для проведения промежуточной аттестации (оценивания промежуточных и окончательных результатов обучения по дисциплине) обучающихся по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» на соответствие их учебных достижений поэтапным требованиям образовательной программы высшего образования 09.03.03 Прикладная информатика, профиль «Прикладная информатика в экономике».

Оценочные материалы по дисциплине «Исследование операций и методы оптимизации» включают в себя: перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения ОП ВО; описание показателей и критериев оценивания компетенций на различных этапах их формирования, описание шкал оценивания; типовые контрольные задания или иные материалы, необходимые для оценки знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций в процессе освоения ОПОП; методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности, характеризующих этапы формирования компетенций.

Оценочные материалы сформированы на основе ключевых принципов оценивания:

- валидности: объекты оценки должны соответствовать поставленным целям обучения;
- надежности: использование единообразных стандартов и критериев для оценивания достижений;
- объективности: разные студенты должны иметь равные возможности добиться успеха.

Основными параметрами и свойствами оценочных материалов являются:

- предметная направленность (соответствие предмету изучения конкретной учебной дисциплины);
- содержание (состав и взаимосвязь структурных единиц, образующих содержание теоретической и практической составляющих учебной дисциплины);
- объем (количественный состав оценочных материалов);
- качество оценочных материалов в целом, обеспечивающее получение объективных и достоверных результатов при проведении контроля с различными целями.

РАЗДЕЛ 1. Перечень компетенций с указанием этапов их формирования в процессе освоения дисциплины

1.1 Перечень формируемых компетенций

код компетенции	формулировка компетенции
ОПК	ОБЩЕПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ
ОПК-2	способность анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования
ПК	ПРОФЕССИОНАЛЬНЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ
ПК-7	способность проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач
ПК-21	способность проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем

1.2. Перечень компетенций с указанием видов оценочных средств

Формируемые компетенции	Планируемые результаты обучения по дисциплине, характеризующие этапы формирования компетенций	<i>Уровни освоения компетенций</i>	<i>Критерии оценивания сформированности компетенций</i>	Виды оценочных средств
ОПК-2: способность анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования	Знать: - основы методов оптимальных решений, необходимые для решения экономических задач; - необходимые для осуществления профессиональной деятельности методологические основы принятия управленческого решения.	Пороговый уровень	Обучающийся частично знает методы оценки и анализа социально-экономических факторов и процессов с применением математического моделирования	Блок А –задания репродуктивного уровня – вопросы для обсуждения
		Базовый уровень	Обучающийся знает с незначительными ошибками и пробелами методы оценки и анализа социально-экономических факторов и процессов с применением математического моделирования	
		Продвинутой уровень	Обучающийся знает с требуемой степенью полноты и точности методы оценки и	

			анализа социально-экономических факторов и процессов с применением математического моделирования	
	Уметь: - применять методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования для решения экономических задач;	Пороговый уровень	Обучающийся частично умеет анализировать альтернативные варианты решений для достижения намеченных результатов; разрабатывать план, определять целевые этапы и основные направления работ	Блок В – задания реконструктивного уровня – вопросы к письменной контрольной работе
		Базовый уровень	Обучающийся умеет с незначительными ошибками и пробелами анализировать альтернативные варианты решений для достижения намеченных результатов; разрабатывать план, определять целевые этапы и основные направления работ	
		Продвинутый уровень	Обучающийся умеет с требуемой степенью полноты и точности анализировать альтернативные варианты решений для достижения намеченных результатов; разрабатывать план, определять целевые этапы и основные направления работ	
	Владеть: навыками применения современного математического инструментария для решения экономических задач; методикой построения, анализа и применения математических моделей для оценки со-	Пороговый уровень	Обучающийся частично владеет способами применения экономико-математических методов и моделирования при решении профессиональных задач	Блок С – задания практико-ориентированного уровня выполнение проекта; – лабораторная работа
		Базовый уровень	Обучающийся владеет с незначительными ошибками и пробелами способами применения экономико-математических методов и моделирования при решении профессиональных задач, навыками использования	

	стояния и прогноза развития экономических явлений и процессов.		современных информационно-коммуникационных технологий при решении профессиональных задач	
		Продвинутой уровень	Обучающийся владеет с требуемой степенью полноты и точности способами применения экономико-математических методов и моделирования при решении профессиональных задач	
ПК-7: способность проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Знать: – способы описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Пороговый уровень	Обучающийся частично знает способы описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Блок А – задания репродуктивного уровня – вопросы для обсуждения
		Базовый уровень	Обучающийся знает с незначительными ошибками и пробелами описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	
		Продвинутой уровень	Обучающийся знает с требуемой степенью полноты и точности описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	
	Уметь: проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Пороговый уровень	Обучающийся частично умеет проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Блок В – задания реконструктивного уровня – вопросы к письменной контрольной работе
		Базовый уровень	Обучающийся умеет с незначительными ошибками и пробелами проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	
		Продвинутой уровень	Обучающийся умеет с требуемой степенью полноты и точности проводить описание прикладных процессов и	

			информационного обеспечения решения прикладных задач	
	Владеть: навыками описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Пороговый уровень	Обучающийся частично владеет навыками описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач	Блок С – задания практико-ориентированного уровня – лабораторные работы
Базовый уровень		Обучающийся владеет с незначительными ошибками и пробелами навыками описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач		
Продвинутый уровень		Обучающийся владеет с требуемой степенью полноты и точности навыками описания прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач		
ПК-21: способность проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности.	Знать: - методы оценки экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности.	Пороговый уровень	Обучающийся частично знает способы оценки экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности	Блок А – задания репродуктивного уровня – вопросы для обсуждения
		Базовый уровень	Обучающийся знает с незначительными ошибками и пробелами методы оценки экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности	
		Продвинутый уровень	Обучающийся знает с требуемой степенью полноты и точности методы оценки экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности	
	Уметь: -решать стандартные профессиональные задачи с применением	Пороговый уровень	Обучающийся частично умеет проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности.	Блок В – задания реконструктивного уровня – вопросы к письменной контрольной

	естественно-научных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.	Базовый уровень	Обучающийся умеет с незначительными ошибками и пробелами проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности.	работе
		Продвинутой уровень	Обучающийся умеет с требуемой степенью полноты и точности проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем профессиональной деятельности.	
	Владеть: методиками разработки цели и задач проекта; методами оценки продолжительности и стоимости проекта, а также потребности в ресурсах	Пороговый уровень	Обучающийся частично владеет методиками разработки цели и задач проекта; методами оценки продолжительности и стоимости проекта, а также потребности в ресурсах.	Блок С – задания практико-ориентированного уровня – лабораторные работы – практические задания
		Базовый уровень	Обучающийся владеет с незначительными ошибками и пробелами методиками разработки цели и задач проекта; методами оценки продолжительности и стоимости проекта, а также потребности в ресурсах.	
		Продвинутой уровень	Обучающийся владеет с требуемой степенью полноты и точности методиками разработки цели и задач проекта; методами оценки продолжительности и стоимости проекта, а также потребности в ресурсах.	

РАЗДЕЛ 2. Задания, необходимые для оценки планируемых результатов обучения по дисциплине

Для проверки сформированности компетенции ОПК-2: способность анализировать социально-экономические задачи и процессы с применением методов системного анализа и математического моделирования

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для обсуждения

- Принципы системного подхода к принятию решений в экономике.
- Определение операции.
- Понятие эффективности операции.
- Критерий эффективности операции.
- Классы моделей исследования операций.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

1. Системный подход к проблеме принятия решений.
2. Системный анализ и математическое моделирование. Решение проблемы как система.
3. Формализация проблем управления в экономике.
4. Оптимизация и принятие решений.
5. Задача исследования операций.

Блок С. Задания практико-ориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций («владеть»)*

С1. Лабораторная работа.

«Решение транспортной задачи с использованием табличного процессора Excel».

Необходимо:

- 1). Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель транспортной задачи линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений.
- 2). Ввести исходные данные в шаблон Excel в файле «Шаблон транспортной задачи».
- 3). Открыть команду «Поиск решения», проверить номера ячеек целевой функции, искомых переменных и ограничений. В случае необходимости внести изменения. Получить решение задачи.

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи;
- результаты решения задачи.

1. В пунктах *A* и *B* находятся соответственно 110 и 190 т горючего. Пунктам 1, 2, 3 требуются соответственно 70, 90, 140 т горючего. Стоимость перевозки 1 т горючего из пункта *A* в пункты 1, 2, 3 равна 200, 300, 400 руб. за 1 т соответственно, а из пункта *B* в пункты 1, 2, 3 — 600, 200, 500 тыс. руб. за 1 т соответственно.

Составьте план перевозок горючего, минимизирующий общую сумму транспортных расходов.

2. Три завода выпускают станки, которые отправляются четырем потребителям. Первый завод поставляет 60 станков, второй — 70 станков, третий — 20 станков. Станки следует поставить потребителям следующим образом: первому — 40 шт., второму — 30, третьему — 30, четвертому — 50 шт. Стоимость перевозки одного станка от поставщика до потребителя указана в следующей таблице (в ден. ед.).

Заводы	Потребители			
	1	2	3	4
I	2	4	5	1
II	2	3	9	4
III	3	4	2	5

Составьте план доставки станков.

оптимальный план

3. Для строительства 3-х участков дорожной магистрали необходимо завозить песок. Песок может быть поставлен и: 4-х карьеров. Перевозка песка из карьеров до участков осуществляется грузовиками одинаковой грузоподъемности. Расстояние в километрах от карьеров до участков, наличие песок в карьерах и потребность песка на участках дороги приведены в следующей таблице.

Песчаные карьеры	Участки до-				Наличие песка, тыс. т
	I	II	III	IV	
I	1	8	2	3	30
II	4	7	5	1	50
III	5	3	4	4	20
Потребность в	15	15	40	30	

Составьте план перевозок, минимизирующий общий пробег грузовиков.

план минимизирующий проб

4. Груз, хранящийся на трех складах, необходимо развес по 5-ти магазинам. Для перевозки грузов требуются 40, 30, 35 автомашин соответственно. Первому магазину требуется 20 машин груза, второму — 34, третьему — 16, четвертому — 10 и пятому — 25 машин. Стоимость пробега одной автомашины за 1 составляет 5 ден. ед. Расстояния от складов до магазинов указа в следующей таблице

Склады	Магазины				
	1	2	3	4	5
I	2	6	3	4	8
II	1	5	6	9	7
III	3	4	1	6	10

Составьте оптимальный по стоимости план перевозки груза от складов до магазинов.

5. На четырех элеваторах А, В, С, D находится зерно в количестве 100, 120, 150, 130 т, которое нужно доставить на четыре сельскохозяйственных предприятия для посева. Предприятию 1 необходимо поставить 140 т, предприятию 2 — 130, предприятию 3 — 90, предприятию 4 — 140 т зерна. Стоимость доставки потребителям от поставщиков представлена в таблице.

Элеваторы	Сельскохозяйственные предприятия			
	I	II	III	IV
A	4	5	5	7
B	8	7	5	4
C	9	6	4	5
D	3	2	9	3

Составьте оптимальный план перевозки зерна из условия минимума стоимости перевозки.

6. Деревообрабатывающий комбинат имеет три цеха: А, В, С и четыре склада: 1, 2, 3, 4. Цеха и склады находятся на разных территориях. Цех А производит 40 тыс. м³-материала, цех В — 30; цех С — 20 тыс. м³ материала. Пропускная способность складов за то же время характеризуется следующими показателями: склад 1 — 30 тыс. м³ материала, склад 2 — 25; склад 3 — 15 и склад 4 — 20 тыс. м³ материала. Стоимость перевозки 1 м³ материала из цеха А на склады 1, 2, 3, 4 соответственно: 10, 20, 60, 40 ден. ед., из цеха В — соответственно 30, 10, 30, 20, а из цеха С — соответственно 50, 70, 50, 10 ден. ед.

Составьте план перевозки изделий, при котором расходы на перевозку 90 тыс. м³ материала были бы наименьшими.

7. В области имеется пять кирпичных заводов, объем выпуска которых в сутки равен 105, 50, 80, 20, 25 т соответственно. Заводы удовлетворяют потребности шести строительных фирм соответственно в количестве 80, 43, 10, 17, 50, 30 т. Оставшийся кирпич отправляют по железной дороге в другие области. Кирпич на строительные объекты внутри области доставляется автомобильным транспортом. Расстояние в километрах от заводов до объектов приведено в таблице.

Кирпичные заводы	Строительные фирмы					
	Ф ₁	Ф ₂	Ф ₃	Ф ₄	Ф ₅	Ф ₆
1	3	5	6	12	7	8
2	4	11	2	10	9	5
3	7	6	8	5	4	9
4	12	10	4	3	9	3
5	5	3	8	4	10	7

Определите, с каких заводов и каким фирмам должен доставляться кирпич, а также какие заводы и в каком количестве должны отправлять кирпич в другие области, чтобы транспорты издержки по доставке кирпича автотранспортом были минимальными. Стоимость перевозки 1 т кирпича автотранспортом удовлетворяет условию $c = a + d(l - 1)$, где $a = 30$ ден. ед

$d = 10$ ден. ед., l — пробег, км.

8. Аудиторская фирма, имеющая три подразделения, находящихся в разных местах города, оказывает аудиторские услуги трем предприятиям “Сокол”, “Динамо”, “Стрела”. При этом руководящее звено названных предприятий должно приезжать фирму для оказания услуг. Производственные мощности фирмы, стоимость услуг подразделений, временные затраты на проезд предприятия до фирмы и обратно и прогнозируемое количество посещений в квартале приведены в таблице.

Подразделения фирмы	Производственная мощность, чел.	Стои- мость услуг, усл. ед.	Время проезда		
			“Сокол”	“Динамо”	“Стрела»
1	6	30	4	3	2
2	5	50	3	9	4
3	7	70	4	1	5
Требуемое кол- во посещений			4	8	6

Требуется определить, какое количество посещений доля быть от каждого предприятия в каждое из подразделений, что суммарные расходы на услуги и проезд были минимальными.

9. Завод выпускает продукцию в четырех цехах: А, В, С, D, расположенных на разных территориях. Свою продукт завод поставляет в шесть магазинов города. Цех А производит 130 тыс. шт. изделий, цех В — 90; цех С — 100 и цех D — соответственно 140 тыс. шт. изделий. Плановая потребность магазинов в продукции завода следующая: магазин 1 — 110 тыс. шт. изделий; магазин 2 — 50 тыс. шт.; магазин 3 — 30 тыс. шт., магазин 4 — 80 тыс. шт., магазин 5 — 100 тыс. шт. и магазин 6 — 90 тыс. шт. изделий. Стоимость перевозки 1 тыс. шт. изделий из цехов в магазины приведена в таблице.

Цеха завода	Магазины					
	M ₁	M ₂	M ₃	M ₄	M ₅	M ₆
А	2	3	6	8	2	10
В	8	1	2	3	9	5
С	7	6	4	1	5	9
D	2	10	8	5	3	4

Составьте такой план перевозки изделий, при котором расходы на перевозку изделий были бы наименьшими.

10. Четыре растворных узла поставляют раствор четырем строительным фирмам. Для перевозки раствора используются однотипные автомашины. Объем производства растворных узлов в день равен 30, 20, 40, 50 т. Потребности строительных фирм в день: 35, 20, 55, 30 т. Расстояние в километрах от растворных узлов до строительных объектов указано в таблице.

Растворный узел	Строительные фирмы			
	1	2	3	4
I	2	4	1	3
II	5	6	3	4
III	3	6	7	5
IV	1	2	9	3

Определите, в каком объеме, с каких растворных узлов и куда должен доставляться раствор, чтобы транспортные издержки по его доставке автотранспортом были минимальными.

11. В районе имеются четыре станции технического обслуживания (СТО) машин фирмы “ВОЛЬВО”. Основными потребителями их ремонтных услуг являются пять автопредприятий. Производственные мощности СТО, стоимость их услуг, затраты на транспортировку от автопредприятий на СТО и обратно и прогнозируемое количество ремонтов в планируемом периоде на каждом автопредприятии приведены в следующей таблице.

СТО	Стоимость рем. часа, уел. ед.	Затраты на транспор- тировку					Производ- ственные мощности
		П ₁	П ₂	П ₃	П ₄	П ₅	
1	30	1	5	2	6	3	100
2	45	3	6	2	4	3	15
3	60	8	10	4	5	6	90
4	40	7	3	7	9	1	55
Кол-во ремонтов		30	40	55	80	45	

Требуется определить, какое количество автомашин из каждого автопредприятия необходимо отремонтировать на каждой СТО, чтобы суммарные расходы на ремонт и транспортировку были минимальными.

12. Имеются четыре овощехранилища, расположенные в разных районах города, в которых сосредоточено 10, 20, 35 и 45 т овощей соответственно. Овощи необходимо перевезти четырем потребителям соответственно в количестве 25, 30, 40 и 15 т. Расстояния от хранилищ до потребителей следующие:

Хранилище	Потребители			
	1	2	3	4
I	7	3	3	8
II	7	6	2	7
III	4	7	7	3

IV	5	2	4	5
----	---	---	---	---

Затраты на перевозку 1 т овощей на 1 км постоянны и равны 20 руб.

Определите план перевозок продукта от хранилищ до потребителей из условия минимизации транспортных расходов.

13. Завод имеет три дочерних предприятия, расположенные в разных районах города, по ремонту и обслуживанию холодильных установок в 4-х овощехранилищах. Предприятия в течение года используют следующие мощности по обслуживанию овощехранилищ: 45, 35 и 60 чел. соответственно. Плановые потребности овощехранилищ в услугах предприятий составляют соответственно 20, 35, 40 и 45 чел. Расстояния от предприятий до овощехранилищ следующие:

Хранилище	Потребители			
	1	2	3	4
I	2	7	3	6
II	9	4	5	7
III	5	7	6	2

В стоимость обслуживания одним человеком входит фиксированная сумма ремонта в размере 100 усл. ед. и транспортные расходы в размере 10 усл. ед. за 1 км. Определите план обслуживания, чтобы суммарные расходы на ремонт и транспортировку были минимальными.

14. Торговая фирма "Весна и осень" включает четыре предприятия и шесть складов в различных регионах страны. Каждый месяц предприятия фирмы производят 100, 15, 90 и 55 ед. продукции. Вся производимая продукция направляется на склады, вместимость которых следующая: 30, 40, 55, 80, 45 и 10 ед. продукции. Издержки транспортировки продукции от предприятий до складов следующие (ден. ед.):

Предприятия фирмы "Весна и осень"	Склады					
	1	2	3	4	5	6
1	1	5	2	2	1	6
2	3	6	2	4	3	3
3	8	10	4	5	6	8
4	7	3	7	9	1	2

Распределите план перевозок из условия минимизации ежемесячных расходов на транспортировку.

15. Три хлебных комбината с производственными мощностями 130, 110, 80 т хлебобулочных изделий в сутки поставляют свою продукцию в 5 магазинов города. Потребность в хлебобулочных изделиях магазинов следующая: 60, 40, 50, 80, 90 т. Издержки транспортировки продукции от хлебных комбинатов до магазинов следующие (ден. ед.):

Хлебные комбинаты	Магазины				
	1	2	3	4	5
I	4	5	6	8	10
II	10	3	2	5	15
III	4	10	5	2	12

Распределите план перевозок из условия минимизации ежедневных расходов на транспортировку.

16. Четыре растворных узла потребляют в сутки 170, 190, 230 и 150 т песка, который отгружается с трех песчаных карьеров. Суточная производительность карьеров равна соответственно 280, 240 и 270 т песка.

Карьеры взимают плату за погрузку песка каждые сутки не с количества отгруженного материала, а “с факта” его отгрузки, куда входит стоимость погрузки, цена песка и транспортные расходы доставки потребителю при закреплении его за карьером. Стоимость перевозки 1 т песка от карьеров до растворных узлов приведены в таблице.

<i>Растворные узлы</i>	<i>Карьеры</i>		
	1	2	3
1	9	15	6
2	10	8	9
3	7	4	12
4	5	10	13
<i>Цена 1 т песка, руб.</i>	3	29	22
<i>Суточная стоимость погрузки, руб.</i>	190	250	150

Найти оптимальный вариант закрепления растворных узлов за карьерами.

17. Потребность области в азотных удобрениях составляя 180 тыс. т в год. Поставку азотных удобрений могут осуществлять три завода со следующими мощностями: 200, 175 и 225 т удобрений в квартал. Потребителями азотных удобрений в области являются 5 агропромышленных фирм. Их потребности удобрениях, следующие: 100, 130, 80, 190 и 100 т в квартал. Транспортные затраты на поставку удобрений с заводов в агрофирмы представлены в таблице.

<i>Заводы</i>	<i>Агропромышленные фирмы</i>				
	1	2	3	4	5
1	5	7	4	2	5
II	7	1	3	1	10
III	2	3	6	8	7

Найти оптимальный план поставки удобрений с минимальными транспортными издержками.

18. Три молочных фермы с суточным производством 40, 25 и 35 тыс. л молока снабжают четыре молокозавода, спрос у которых: 15, 40, 30 и 15 тыс. л молока в сутки. Молоко доставляется на заводы молоковозами, одинаковыми по вместимости. Стоимость провоза молока молоковозом на расстояние 1 км составляет 3 ден. ед. Ферма 2 не связана с молокозаводом 4. Расстояние от ферм до молокозаводов следующее:

<i>Молочные фермы</i>	<i>Молокозаводы</i>			
	1	2	3	4
I	10	5	7	4

II	7	4	9	10
III	6	14	8	7

Найти оптимальный план поставки молока с ферм на молокозаводы с минимальными транспортными издержками. Рассчитайте стоимость доставки молока от каждой фермы до молокозавода.

19. Четыре бензохранилища с суточным объемом хранения 60, 40, 100 и 50 тыс. т авиационного бензина снабжают пять аэропортов, спрос на бензин у которых составляет 30, 80, 65, 35 и 40 тыс. т бензина в сутки. Бензин транспортируется в аэропорты одинаковыми по вместимости бензозаправщиками. Стоимость провоза бензина бензозаправщиком на расстояние 1 км составляет 7 ден. ед. Бензохранилище 2 не связано с аэропортом 5, а 3-е бензохранилище не связано с 1-м аэропортом. Расстояние от бензохранилищ до аэропортов следующее:

Бензохранилища	Аэропорты				
	1	2	3	4	5
I	8	12	4	9	10
II	7	5	15	3	6
III	9	4	6	12	7
IV	5	3	2	6	4

Найти оптимальный план поставки бензина с минимальными транспортными издержками. Рассчитайте стоимость доставки бензина от каждого аэропорта до хранилища.

20. Пусть в задаче 19 объем хранения бензина в хранилище 1 снизился до 20 тыс. т. Кроме того, обязательно условие полного удовлетворения спроса на бензин для аэропорта 3. Н допоставки в аэропорты 2 и 4 штрафуются на сумму 10 ден. ед. за каждую тонну.

Сформулируйте соответствующую транспортную задачу и решите ее на минимум издержек.

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1. Перечень экзаменационных вопросов

1. Системный подход к проблеме принятия решения.
2. Связь структуры и функций системы.
3. Классификация экономических моделей.
4. Структуризация методов моделирования систем.
5. Типы данных и проблема измерений в экономическом моделировании.
6. Задача исследования операций. Классы моделей исследования операций.

Д2. Экзаменационные задачи

Задача 1.

Необходимо:

1). Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель транспортной задачи линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений.

2). Ввести исходные данные в шаблон Excel в файле «Шаблон транспортной задачи».

3). Открыть команду «Поиск решения», задать ячейки целевой функции, искомых переменных, ввести ограничения. Получить решение задачи.

В пунктах *A* и *B* находятся соответственно 110 и 190 т горючего. Пунктам 1, 2, 3 требуются соответственно 70, 90, 140 т горючего. Стоимость перевозки 1 т горючего из пункта *A* в пункты 1, 2, 3 равна 200, 300, 400 руб. за 1 т соответственно, а из пункта *B* в пункты 1, 2, 3 — 600, 200, 500 тыс. руб. за 1 т соответственно.

Составьте план перевозок горючего, минимизирующий общую сумму транспортных расходов.

Для проверки сформированности компетенции ПК-7: способность проводить описание прикладных процессов и информационного обеспечения решения прикладных задач

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для обсуждения

Методы нулевого порядка поиска безусловного экстремума функции.

- Основная задача одномерной оптимизации.
- Унимодальные функции. Критерии для проверки унимодальности.
- Метод дихотомии поиска минимума функции.
- Метод золотого сечения поиска минимума функции.
- Метод Фибоначчи поиска минимума функции.
- Сравнение методов одномерной оптимизации.

Анализ необходимых и достаточных условий безусловного экстремума функции.

- Квадратичные функции. Критерии определенности квадратичной функции (Критерий Сильвестра).
- Градиент и матрица Гессе квадратичной функции.
- Необходимые и достаточные условия существования экстремума -скалярный случай.

Численные методы решения экстремальных задач без ограничений. Метод градиентного спуска (подъема). Метод Ньютона.

- Классификация методов решения задач безусловной минимизации.
- Сравнительная характеристика градиентного метода с постоянным шагом и наискорейшего спуска.
- Описание алгоритма метода наискорейшего спуска.
- Выбор шага и направления в градиентных методах.
- Метод Ньютона.
- Модифицированный метод Ньютона.

Метод множителей Лагранжа поиска экстремума целевой функции при ограничениях в виде равенств.

- Формализация задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств.
- Метод замены переменных решения задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств.
- Метод множителей Лагранжа решения задачи нелинейного программирования с ограничениями в виде равенств.

Методы поиска экстремума целевой функции при ограничениях в виде неравенств с учетом условий Куна-Таккера.

- Проблема решения задачи нелинейного программирования с ограничениями общего вида.
- Условия Куна-Таккера для задачи нелинейного программирования с ограничениями общего вида.
- Теорема Куна-Таккера для задачи квадратичного программирования.
- Формализация модели задачи квадратичного программирования.

Численное решение задач нелинейного программирования с ограничениями в виде неравенств.

- Метод проекции градиента.
- Метод штрафных функций.

Графическое решение задачи линейного программирования. Исследование задачи линейного программирования на чувствительность графическим способом.

- Построение на графике области допустимых решений.
- Сущность графического метода решения задач линейного программирования.
- Область допустимых решений и оптимальное решение.
- Стандартная форма записи задач линейного программирования.
- Приведение задачи линейного программирования к стандартной форме.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

1. Унимодальные функции.
2. Методы последовательного поиска.
3. Методы дихотомии и золотого сечения.
4. Метод Фибоначчи.
5. Необходимые и достаточные условия существования экстремумов функции n переменных.
6. Градиентный метод решения задач без ограничений.
7. Метод Ньютона поиска стационарных точек функции.
8. Основные понятия математического программирования.
9. Классификация задач математического программирования.
10. Постановка классической задачи математического программирования.
11. Метод множителей Лагранжа.
12. Признаки условного локального экстремума.
13. Необходимое условие первого порядка.
14. Условие Якоби.
15. Условия второго порядка.
16. Стандартный и унифицированный виды задачи на максимум (экстремум).
17. Необходимые признаки локального максимума (экстремума).
18. Условия Куна-Таккера в градиентной форме.
19. Условия Куна-Таккера в алгебраической форме.
20. О достаточных условиях максимума (экстремума).
21. Выпуклые множества. Выпуклые и вогнутые функции.
22. Условия регулярности Слейтера.
23. Необходимые условия оптимальности.
24. условие Куна-Таккера в градиентной форме;
25. необходимые условия максимума, когда целевая функция не вогнута.
26. достаточные условия оптимальности.
27. седловая точка функции Лагранжа;
28. теорема Куна-Таккера о седловой точке.
29. Общая постановка двойственных задач нелинейного программирования.
30. Экономическая интерпретация двойственных задач.
31. Общий порядок решения задач нелинейного программирования.
32. Общая характеристика численных методов решения задач нелинейного программирования с ограничениями.
33. Метод проекции градиента.
34. Метод штрафных функций.
35. Классификация задач линейного программирования.
36. Графический метод решения задач линейного программирования.

37. Формы представления задач линейного программирования.
38. Структура допустимого множества и типы решений.
39. Графические методы анализа модели на устойчивость.
40. Основные теоремы линейного программирования.

Блок С. Задания практикоориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций («владеть»)

С1. Лабораторные работы .

Лабораторная работа №1. Исследование функции на безусловный экстремум методами дихотомии, золотого сечения и Фибоначчи.

Найти точку экстремума функции методами дихотомии, золотого сечения и Фибоначчи. Сравнить результаты.

Точку экстремума искать в интервале L_0 . Шаг приращения l_0 . Ошибка ε .

Выполнить вручную не менее трех итераций каждым способом.

Окончательное решение получить с помощью Excel - шаблона ch21DichotomousGoldenSection.xls [1].

Файл отчета должен содержать:

- задание,
- сравнение различных способов поиска экстремума функции по количеству итераций, необходимых для достижения заданной точности,
- координаты точки экстремума, найденные различными способами,
- график функции, построенный с использованием онлайн сервиса.

Варианты заданий:

	Исследуемая функция	Тип экстремума	Интервал поиска	Шаг приращения	Ошибка
1.	$f(x) = x^2 + 2x - 6$	min	$L_0 = [-4, 4]$	$l_0 = 0.8$	$\varepsilon = 0.2$
2.	$f(x) = 3 + 6x - 4x^2$	max	$L_0 = [-2, 2]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
3.	$f(x) = 4x - x^2 - 5$	max	$L_0 = [-2, 5]$	$l_0 = 0.7$	$\varepsilon = 0.2$
4.	$f(x) = -2x^2 + 12x + 3$	max	$L_0 = [0, 10]$	$l_0 = 1.0$	$\varepsilon = 0.25$
5.	$f(x) = -x^2 + x + 3$	max	$L_0 = [-3, 3]$	$l_0 = 0,6$	$\varepsilon = 0.15$
6.	$f(x) = 3x - 2x^2 - 2$	max	$L_0 = [-2, 8]$	$l_0 = 1.0$	$\varepsilon = 0.25$
7.	$f(x) = x^3 + 3x^2 + 1$	min	$L_0 = [-2, 1]$	$l_0 = 0.3$	$\varepsilon = 0.1$

8.	$f(x) = x^2 - 4x + 9$	min	$L_0 = [-2, 8]$	$l_0 = 1.0$	$\varepsilon = 0.2$
9.	$f(x) = 4x^2 + 3x + 1$	min	$L_0 = [-2, 2]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
10.	$f(x) = x^3 + x^2 - 3x$	min	$L_0 = [0, 4]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
11.	$f(x) = x^4 - x^3 + 5x^2 + x - 1$	min	$L_0 = [-2, 2]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
12.	$f(x) = 2x^4 - x^3 + x^2 + 3x$	min	$L_0 = [0, 5]$	$l_0 = 0.5$	$\varepsilon = 0.15$
13.	$f(x) = 4x - x^2 - x^3 - 5$	max	$L_0 = [0, 8]$	$l_0 = 0.8$	$\varepsilon = 0.2$
14.	$f(x) = 10x - 2x^2 + 2$	max	$L_0 = [0, 10]$	$l_0 = 1.0$	$\varepsilon = 0.2$
15.	$f(x) = 3 + 9x - 4x^2 + x^3$	max	$L_0 = [0, 2]$	$l_0 = 0.1$	$\varepsilon = 0.06$
16.	$f(x) = 3x^2 - x^3 + 2$	max	$L_0 = [0, 2.5]$	$l_0 = 0.3$	$\varepsilon = 0.1$
17.	$f(x) = (x - 2)^2 + 5$	min	$L_0 = [-10, 6]$	$l_0 = 0.8$	$\varepsilon = 0.4$
18.	$f(x) = 5 - e^{-(2-x)^2}$	min	$L_0 = [0, 6]$	$l_0 = 0.6$	$\varepsilon = 0.3$
19.	$f(x) = x^2 - 2e^x$	min	$L_0 = [-2, 1.5]$	$l_0 = 0.35$	$\varepsilon = 0.2$
20.	$f(x) = x \ln(4/x) - (1-x) \ln(1-x)$	max	$L_0 = [0.5, 1]$	$l_0 = 0.05$	$\varepsilon = 0.025$
21.	$f(x) = -2x^2 + 3x - 2$	max	$L_0 = [-2, 8]$	$l_0 = 1.0$	$\varepsilon = 0.25$
22.	$f(x) = x(x - 4) + 9$	min	$L_0 = [-2, 8]$	$l_0 = 1.0$	$\varepsilon = 0.25$
23.	$f(x) = 2x(3 - 2x) + 3$	max	$L_0 = [-2, 2]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
24.	$f(x) = x(5x - (x^2 + (x^3 + 1))) - 1$	min	$L_0 = [-2, 2]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
25.	$f(x) = x(3 + x(1 - x(1 - 2x)))$	min	$L_0 = [0, 5]$	$l_0 = 0.5$	$\varepsilon = 0.15$
26.	$f(x) = 1 + x(3 + 4x)$	min	$L_0 = [-2, 2]$	$l_0 = 0.4$	$\varepsilon = 0.1$
27.	$f(x) = x(4 - x) - 5$	max	$L_0 = [-2, 5]$	$l_0 = 0.7$	$\varepsilon = 0.2$

Лабораторная работа № 2

Исследование необходимых и достаточных условий безусловного экстремума функций.

В соответствии с заданным вариантом (Таблица 1):

1. исследовать необходимые условия экстремумов двух функций и найти их стационарные точки;
2. проверить выполнение достаточных условий экстремума каждой функции во всех стационарных точках;
3. определить характер экстремума функций;
4. при несоблюдении достаточных условий экстремума проверить функции на наличие седловой точки;
5. используя онлайн сервис <http://grafikus.ru/plot3d> построить графики линий уровня функций.

Отчет должен содержать:

- задание;
- выводы о наличии или отсутствии необходимых и достаточных условий экстремумов функций в стационарных точках;
- выводы о характере стационарных точек функций;
- графики линий уровня функций.

Варианты заданий:

1.	$f(X) = x_1^2 - 4x_1 + 2x_2^2 + 2x_2$	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2$
2.	$f(X) = 9x_1^2 - 90x_1 + 16x_2^2 - 128x_2$	$f(X) = (x_1 - 2)^2 - (x_2 - 3)^2$
3.	$f(X) = 2x_1^2 - 12x_1 + x_2^2$	$f(X) = 6x_1 - 2x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_2^2$
4.	$f(X) = 4x_1 - 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 1$	$f(X) = 8x_1 - 32x_2 - 2x_1^2 + 4x_2^2$
5.	$f(X) = 4x_1 + 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 + 2x_2^2$
6.	$f(X) = 4x_1 - 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$	$f(X) = 10x_1 - 16x_2 - x_1^2 + x_2^2$
7.	$f(X) = 8x_1 + 32x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2$
8.	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 - x_2^2$	$f(X) = (x_1 - 2)^2 - (x_2 - 3)^2$
9.	$f(X) = 4x_1 + 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 5$	$f(X) = 6x_1 - 2x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_2^2$
10.	$f(X) = 10x_1 - 16x_2 - x_1^2 - x_2^2$	$f(X) = 8x_1 - 32x_2 - 2x_1^2 + 4x_2^2$
11.	$f(X) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 4)^2$	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 + 2x_2^2$

12.	$f(X) = x_1^2 + 4x_2^2 - 1$	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2$
13.	$f(X) = 9x_1^2 - 90x_1 + 16x_2^2 - 64x_2$	$f(X) = (x_1 - 2)^2 - (x_2 - 3)^2$
14.	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 12x_1$	$f(X) = 6x_1 - 2x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_2^2$
15.	$f(X) = 2x_1^2 + 2x_2^2 - 2x_1x_2$	$f(X) = 8x_1 - 32x_2 - 2x_1^2 + 4x_2^2$
16.	$f(X) = (x_1 - 2)^2 + (x_2 + 3)^2$	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 + 2x_2^2$
17.	$f(X) = 4x_1 + 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2$
18.	$f(X) = 2x_1^2 - 12x_1 + x_2^2$	$f(X) = (x_1 - 2)^2 - (x_2 - 3)^2$
19.	$f(X) = 4x_1 - 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 1$	$f(X) = 6x_1 - 2x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_2^2$
20.	$f(X) = 4x_1 - 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 1$	$f(X) = 8x_1 - 32x_2 - 2x_1^2 + 4x_2^2$
21.	$f(X) = x_1^2 - 4x_1 + 2x_2^2 + 2x_2$	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 + 2x_2^2$
22.	$f(X) = 8x_1 + 32x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - 10x_1x_2$
23.	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 - x_2^2$	$f(X) = (x_1 - 2)^2 - (x_2 - 3)^2$
24.	$f(X) = 4x_1 + 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 5$	$f(X) = 6x_1 - 2x_1^2 + 10x_1x_2 - 2x_2^2$
25.	$f(X) = 10x_1 - 16x_2 - x_1^2 - x_2^2$	$f(X) = 8x_1 - 32x_2 - 2x_1^2 + 4x_2^2$

Лабораторная работа № 3.1

Исследование функции на наличие безусловного экстремума методом градиентного спуска с постоянным шагом.

Найти безусловный экстремум функции, выбранной из таблицы 1 в соответствии с вариантом, используя метод градиентного спуска с постоянным шагом. При решении задачи задать ошибку $\varepsilon=0.1$ и предельное число итераций $M=3$.

Необходимо:

- для проверки необходимых условий существования экстремума функции составить систему уравнений её частных производных по всем переменным и приравнять их нулю;

- решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
 - для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность матрицы Гессе и определить характер экстремума (max или min);
 - методом градиентного спуска с постоянным шагом сделать 3 итерации и зафиксировать результат;
1. проверить полученные результаты с использованием функции «Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ» (обобщенного приведенного градиента) надстройки Excel «Поиск решения».

Отчет должен содержать:

- задание;
- найденные в работе координаты и характер всех стационарных точек исследуемой функции;
- проверку необходимых и достаточных условий экстремума функции;

Варианты заданий:

Таблица 1

№ вар	Функция	Начальная точка X^0
26.	$f(X)=2x_1+8x_2-x_1^2-2x_2^2$	$X^0 = (0,0)$
27.	$f(X)=x_1+6x_2-x_2^2-x_1x_2-x_2^2$	$X^0 = (0,0)$
28.	$f(X)=x_1^3-2x_2^2-3x_1+8x_2$	$X^0 = (1,2)$
29.	$f(X)=9x_1^2-90x_1+16x_2^2-128x_2$	$X^0 = (1, 0)$
30.	$f(X)=2x_1^2-12x_1+x_2^2$	$X^0 = (5, 3)$
31.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
32.	$f(X)=4x_1-8x_2-2x_1^2-2x_2^2$	$X^0=(5,10)$
33.	$f(X)=8x_1+32x_2-2x_1^2-4x_2^2$	$X^0 = (6, 6)$
34.	$f(X)=2x_1-x_1^2-x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$
35.	$f(X)=4x_1+2x_2-x_1^2-x_2^2+5$	$X^0 = (4, 5)$
36.	$f(X)=10x_1-16x_2-x_1^2-x_2^2$	$X^0 = (1, 2)$
37.	$f(X)=x_1^2+4x_2^2-1$	$X^0 = (1, 1)$
38.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-12x_1$	$X^0 = (5, 3)$
39.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-3x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
40.	$f(X)=2x_1-x_1^2+2x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$

41.	$f(X) = 4x_1 - 2x_2 - x_1^2 - x_2^2 + 1$	$X^0 = (4, 5)$
42.	$f(X) = 2x + 8y - x^2 - 2y^2$	$X^0 = (0, 0)$
43.	$f(X) = 3x + 6y - x^2 - xy - y^2$	$X^0 = (0, 0)$
44.	$f(X) = x^3 - 2y^2 - 3x + 8y$	$X^0 = (1, 2)$
45.	$f(X) = 9x_1^2 - 90x_1 + 16x_2^2 - 128x_2$	$X^0 = (1, 0)$
46.	$f(X) = 2x_1^2 - 12x_1 + x_2^2$	$X^0 = (5, 3)$
47.	$f(X) = 2x_1^2 + x_2^2 - x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
48.	$f(X) = 4x_1 - 8x_2 - 2x_1^2 - 2x_2^2$	$X^0 = (5, 10)$
49.	$f(X) = 8x_1 + 32x_2 - 2x_1^2 - 4x_2^2$	$X^0 = (6, 6)$
50.	$f(X) = 2x_1 - x_1^2 - x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$

Лабораторная работа № 3.2

Исследование функции на наличие безусловного экстремума методом Ньютона.

Найти безусловный экстремум функции, выбранной из таблицы 1 в соответствии с вариантом, используя метод Ньютона. При решении задачи задать ошибку $\varepsilon = 0.1$ и предельное число итераций $M = 3$.

Необходимо:

- для проверки необходимых условий существования экстремума функции составить систему уравнений её частных производных по всем переменным и приравнять их нулю;
- решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность матрицы Гессе и определить характер экстремума (max или min);
- методом Ньютона сделать итерацию и зафиксировать результат;

Отчет должен содержать:

- задание;
- найденные в работе координаты и характер всех стационарных точек исследуемой функции;
- проверку необходимых и достаточных условий экстремума функции;

Варианты заданий:

Таблица 1

№ вар	Функция	Начальная точка X^0
51.	$f(X)=2x_1+8x_2-x_1^2-2x_2^2$	$X^0 = (0,0)$
52.	$f(X)=x_1+6x_2-x_2^2-x_1x_2-x_2^2$	$X^0 = (0,0)$
53.	$f(X)=x_1^3-2x_2^2-3x_1+8x_2$	$X^0 = (1,2)$
54.	$f(X)=9x_1^2-90x_1+16x_2^2-128x_2$	$X^0 = (1, 0)$
55.	$f(X)=2x_1^2-12x_1+x_2^2$	$X^0 = (5, 3)$
56.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
57.	$f(X)=4x_1-8x_2-2x_1^2-2x_2^2$	$X^0=(5,10)$
58.	$f(X)=8x_1+32x_2-2x_1^2-4x_2^2$	$X^0 = (6, 6)$
59.	$f(X)=2x_1-x_1^2-x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$
60.	$f(X)=4x_1+2x_2-x_1^2-x_2^2+5$	$X^0 = (4, 5)$
61.	$f(X)=10x_1-16x_2-x_1^2-x_2^2$	$X^0 = (1, 2)$
62.	$f(X)=x_1^2+4x_2^2-1$	$X^0 = (1, 1)$
63.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-12x_1$	$X^0 = (5, 3)$
64.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-3x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
65.	$f(X)=2x_1-x_1^2+2x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$
66.	$f(X)=4x_1-2x_2-x_1^2-x_2^2+1$	$X^0 = (4, 5)$
67.	$f(X)=2x+8y-x^2-2y^2$	$X^0 = (0,0)$
68.	$f(X)=3x+6y-x^2-xy-y^2$	$X^0 = (0,0)$
69.	$f(X)=x^3-2y^2-3x+8y$	$X^0 = (1,2)$
70.	$f(X)=9x_1^2-90x_1+16x_2^2-128x_2$	$X^0 = (1, 0)$
71.	$f(X)=2x_1^2-12x_1+x_2^2$	$X^0 = (5, 3)$
72.	$f(X)=2x_1^2+x_2^2-x_1x_2$	$X^0 = (2, 2)$
73.	$f(X)=4x_1-8x_2-2x_1^2-2x_2^2$	$X^0 = (5, 10)$
74.	$f(X)=8x_1+32x_2-2x_1^2-4x_2^2$	$X^0 = (6, 6)$
75.	$f(X)=2x_1-x_1^2-x_2^2$	$X^0 = (3, 2)$

Лабораторная работа №4

Поиск экстремума целевой функции при ограничениях в виде равенств методом множителей Лагранжа.

Найти экстремум функции методом множителей Лагранжа. Функцию и ограничения выбрать из таблицы 1 в соответствии с вариантом.

Необходимо:

- проверить условие регулярности области допустимых решений (условие Якоби);
- составить вспомогательную функцию Лагранжа;
- для проверки необходимых условий экстремума составить систему уравнений частных производных функции Лагранжа по всем переменным;
- решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность окаймленной матрицы Гессе.

По исходным данным и полученному решению сформулировать практическую задачу с экономическим содержанием и интерпретировать полученные результаты.

Отчет должен содержать:

- задание;
- математическую модель задачи;
- функцию Лагранжа;
- проверку условия регулярности области допустимых решений (условие Якоби) и достаточных условий локального экстремума (знакоопределенности окаймленной матрицы Гессе);
- результаты решения задачи с использованием табличного процессора Excel:
 - координаты стационарных точек целевой функции с указанием их характера (max или min),
 - значения функции в этих точках;
- формулировку практической задачи и экономическую интерпретацию полученных результатов.

Вариант	Целевая функция $f(x_1, x_2)=$	Ограничения $g_i(x_1, x_2)=$
1.	$x_1^2 + x_2^2$	$x_1 + x_2 = 3, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
2.	$5x_1^2 + 3x_2^2$	$2x_1 + x_2 = 4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
3.	$(x_1 - 3)^2 + (x_2 - 5)^2$	$-2x_1 + x_2 = 5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
4.	$4x_1^2 + 10x_2^2 + 5x_1$	$x_1 + x_2 = 8, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
5.	$4x_1^2 + 10x_2^2$	$x_1 + x_2 = 6, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

6.	$(x_1+2)^2+(x_2-3)^2$	$2x_1+2x_2=14, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
7.	$5x_1+2x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=10, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
8.	$4x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=2, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
9.	$5x_1^2+3x_2^2$	$2x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
10.	$x_1^2+x_2^2+5x_1$	$x_1+x_2=20, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
11.	$5x_1^2+3x_2^2+4x_2$	$2x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
12.	$(x_1-3)^2+(x_2-5)^2+ x_1+ x_2$	$2x_1+x_2=8, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
13.	$4x_1^2+10x_2^2+5x_1-x_2$	$x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
14.	$4x_1^2+10x_2^2-x_1$	$x_1+x_2=3, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
15.	$(x_1+2)^2+(x_2-3)^2-x_1-x_2$	$2x_1+2x_2=18, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
16.	$4x_1^2+10x_2^2+5x_1$	$x_1+x_2=8, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
17.	$4x_1^2+10x_2^2$	$x_1+x_2=6, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
18.	$(x_1+2)^2+(x_2-3)^2$	$2x_1+2x_2=14, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
19.	$5x_1+2x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=10, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
20.	$4x_1^2+4x_2^2$	$x_1+x_2=6, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
21.	$x_1^2+x_2^2+5x_1$	$x_1+x_2=10, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
22.	$(x_1-3)^2+(x_2-5)^2+ x_1+ x_2$	$2x_1+x_2=3, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
23.	$4x_1^2+10x_2^2+5x_1-x_2$	$x_1+x_2=5, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$
24.	$4x_1^2+10x_2^2-x_1$	$x_1+x_2=4, x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$

Лабораторная работа №5

Решение задач нелинейного программирования при ограничениях типа неравенств. Условия Куна-Таккера.

Для следующих задач нелинейного программирования:

- а) привести задачу к стандартному и унифицированному видам;
- б) изобразить допустимое множество и линии уровня целевой функции; определить, выполняются ли условия теоремы Вейерштрасса о существовании решения;
- в) определить, является ли данная задача выпуклой (задачей выпуклого программирования); для выпуклых задач проанализировать выполнение условия Слейтера;
- г) вычислить и изобразить на рисунке направления градиентов целевой функции и функций, описывающих активные ограничения, в угловых точках;
- д) для невыпуклых задач по рисунку определить точки, в которых не выполняется условие Якоби;
- е) установить, какие выводы можно будет сделать по результатам анализа выполнения условий Куна-Таккера в данной задаче;
- ж) рассматривая различные наборы активных ограничений, последовательно увеличивая их количество, начиная с нуля, с использованием рисунка найти точки (вычислить координаты), в которых выполняются условия Куна-Таккера;
- з) в точках, где выполняется условие Куна-Таккера, разложить градиент целевой функции по градиентам функций, задающих активные ограничения, найти коэффициенты разложения;
- и) опираясь на известные теоремы, определить точки, в которых имеет место локальный и глобальный максимумы; если теоремы не дают ответа, изобразить необходимые линии уровня целевой функции и проверить наличие или отсутствие в этих точках локального и глобального максимумов;
- к) подтвердить выполнение или невыполнение условий Куна-Таккера в угловых точках с использованием функции Лагранжа: решить систему уравнений и неравенств, найти множители Лагранжа и сравнить с результатами пункта з).

Варианты заданий:

1. $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \rightarrow \max: \\ x_1 + x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	2. $\begin{cases} x_1 + x_2 \rightarrow \max: \\ x_1^2 + x_2^2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	3. $\begin{cases} x_1 + 2x_2 \Rightarrow \max: \\ -x_1^2 - x_2^2 \geq -1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$
4. $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow \max: \\ (x_1 + 1)^2 + (x_2 + 1)^2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	5. $\begin{cases} -(x_1 - 1)^2 - (x_2 - 1)^2 \Rightarrow \max: \\ 3x_1 + 2x_2 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	6. $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow \max: \\ x_1^2 + x_2 \leq 4, \\ x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$
7. $\begin{cases} -(x_1 + 2)^2 - (x_2 - 2)^2 \Rightarrow \max: \\ x_1 + 2x_2 \leq 2, \\ -2x_1 - x_2 \geq -2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	8. $\begin{cases} x_1^2 + x_2^2 \Rightarrow \max: \\ x_1 + x_2^2 \leq 4, \\ x_1 - x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	9. $\begin{cases} x_1^2 + (x_2 - 1)^2 \Rightarrow \max: \\ 3x_1 + x_2 \leq 6, \\ x_2 - x_1 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$

10. $\begin{cases} (x_1+1)^2+(x_2+2)^2 \Rightarrow \min: \\ (x_1-2)^2+(x_2-1)^2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	11. $\begin{cases} (x_1-2)^2+x_2^2 \Rightarrow \max: \\ 2x_1+x_2 \geq 2, \\ 2x_1+4x_2 \leq 8, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	12. $\begin{cases} x_1^2+x_2 \Rightarrow \max: \\ x_1+2x_2 \leq 8, \\ 3x_1+x_2 \leq 9, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$
13. $\begin{cases} (x_1-1)^2+(x_2-2)^2 \Rightarrow \min: \\ (x_1+1)^2+(x_2-3)^2 \leq 4, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	14. $\begin{cases} f(x)=x_1^2+3x_2^2 \Rightarrow \max: \\ x_1^2+x_2 \leq 5, \\ x_1+x_2^2 \leq 3, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	15. $\begin{cases} 2-x_1^2-x_2^2 \Rightarrow \max: \\ x_1 \leq 4-x_2^2, \\ x_1+x_2 \geq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$
16. $\begin{cases} x_1+x_2 \rightarrow \max: \\ x_2+(x_1-1)^3 \leq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	17. $\begin{cases} x_1+x_2 \Rightarrow \max: \\ (1-x_1)^3-x_2 \geq 0, \\ 2x_1+x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	18. $\begin{cases} x_1 \Rightarrow \max: \\ (1-x_1)^2-x_2 \geq 0, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$
19. $\begin{cases} x_1 \Rightarrow \max: \\ x_2-(1-x_1)^3 \leq 0, \\ 2x_1+x_2 \leq 2, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	20. $\begin{cases} x_1-x_2 \rightarrow \min: \\ x_1^3-x_2 \geq 0, \\ x_1 \leq 1, \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0; \end{cases}$	

1. Соколов А.В., Токарев В.В. Методы оптимальных решений. В 2 т. Т.1. Общие положения. Математическое программирование. - 2-е изд. ипр. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. – 564 с.

Лабораторная работа №6

Численное решение задач нелинейного программирования при ограничениях типа неравенств с использованием табличного процессора Excel.

В цеху производятся 2 вида продукции П1 и П2. Издержки производства квадратично зависят от количества произведенной продукции и определяются соотношениями $(x_1-(6+n))^2$ для продукции П1 и $(x_2-(2+n/4))^2$ для продукции П2, где x_1 и x_2 планы выпуска продукции соответственно П1 и П2. Станочный парк цеха позволяет производить суммарно не более $5+n$ единиц продукции. Необходимо рассчитать при каком количестве произведенной продукции П1 и П2 обеспечиваются минимальные издержки? n – номер варианта студента.

Вначале нужно проверить выполнение условие регулярности ограничений по Якоби (или Слейтеру), и, если оно выполняется, составить функцию Лагранжа и записать условия Куна-Таккера в дифференциальной форме.

Задать начальную точку $x^0=(1,n)$ и ошибку $\varepsilon=0,1$ и найти приближенное к оптимальному решение задачи, для чего провести две, три итерации методом проекции градиента.

После этого необходимо с помощью функции «Поиск решения нелинейных задач методом ОПГ» (обобщенного приведенного градиента) надстройки Excel «Поиск решения» проверить правильность решения задачи. Сравнить результаты.

fx		=(B1-6)^2+(B2-2)^2				
		A	B	C	D	
×	1	x ₁ =	4,5			
	2	x ₂ =	0,5			
	3	f(x ₁ ,x ₂)=	4,5			
	4	g ₁ =	5	<=	5	
	5					

fx		=B1+B2				
		A	B	C	D	
×	1	x ₁ =	4,5			
	2	x ₂ =	0,5			
	3	f(x ₁ ,x ₂)=	4,5			
	4	g ₁ =	5	<=	5	
	5					

а) ввод формулы целевой функции б) ввод формулы ограничений

Рис.1. Исходный рабочий лист Microsoft Excel с результатами

Ввести в исходный рабочий лист Microsoft Excel формулы, как показано на рис.1. В ячейку В3 ввести формулу для целевой функции. Ячейки В1 и В2 отвести под координаты вектора оптимального решения задачи. В ячейку В4 ввести формулу для ограничения: =B1+B2. Запустить надстройку «Поиск решения».

Параметры поиска решения ×

Оптимизировать целевую функцию: ↑

До: Максимум Минимум Значения:

Изменяя ячейки переменных: ↑

В соответствии с ограничениями:

\$B\$4 <= \$D\$4

Добавить

Изменить

Удалить

Сбросить

Загрузить/сохранить

Сделать переменные без ограничений неотрицательными

Выберите метод решения: Параметры

Метод решения

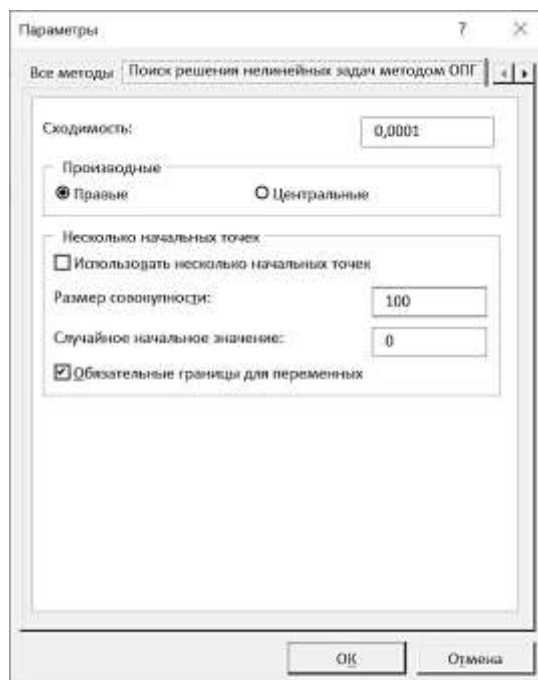
Для гладких нелинейных задач используйте поиск решения нелинейных задач методом ОПГ, для линейных задач - поиск решения линейных задач симплекс-методом, а для негладких задач - эволюционный поиск решения.

Справка

Найти решение

Заккрыть

а) окно ввода данных



б) окно ввода параметров

Рис.2. Ввод данных в надстройку «Поиск решения».

В появившемся окне ввода данных (рис. 2а) указать ячейку, в которую введена минимизируемая целевая функция, и ограничение (без учета ограничений неотрицательности, которые ввести в окне ввода параметров надстройки «Поиск решения» - см. рис. 2б).

Результаты работы надстройки «Поиск решения» представлены на рис. 3. Студенту нужно интерпретировать их самостоятельно.

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Microsoft Excel 16.0 Отчет о результатах									
2	Лист: [Задача с 1 огр из лк проекц град.xlsx]Лист2									
3	Отчет создан: 03.07.2020 21:07:27									
4	Результат: Решение найдено. Все ограничения и условия оптимальности выполнены.									
5	Модуль поиска решения									
6	Модуль: Поиск решения нелинейных задач методом ОПП									
7	Время решения: 0,016 секунд									
8	Число итераций: 0 Число подзадач: 0									
9	Параметры поиска решения									
10	Максимальное время 100 с, Число итераций 100, Precision 0,000001, Использовать автоматическое масштабирование									
11	Сходимость 0,0001, Размер совокупности 100, Случайное начальное значение 0, Правые производные, Обязательные границы									
12	Максимальное число подзадач Без пределов, Максимальное число целочисленных решений Без пределов, Целочисленное откло									
13										
14	Ячейка целевой функции (Минимум)									
15	Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение						
16	\$B\$3	f(x1,x2)=	4,499999999	4,499999999						
17										
18										
19	Ячейки переменных									
20	Ячейка	Имя	Исходное значение	Окончательное значение	Целочисленное					
21	\$B\$1	x1=	4,499999977	4,499999977	Продолжить					
22	\$B\$2	x2=	0,500000024	0,500000024	Продолжить					
23										
24										
25	Ограничения									
26	Ячейка	Имя	Значение ячейки	Формула	Состояние	Допуск				
27	\$B\$4	g1=	5	\$B\$4<=\$D\$4	Привязка	0				
28										

а) отчет о результатах

	A	B	C	D	E	F
1	Microsoft Excel 16.0 Отчет об устойчивости					
2	Лист: [Задача с 1 огр из лк проекц град.xlsx]Лист2					
3	Отчет создан: 03.07.2020 21:07:28					
4						
5						
6	Ячейки переменных					
7			Окончательное	Приведени.		
8	Ячейка	Имя	Значение	Градиент		
9	\$B\$1	x1=	4,499999977	0		
10	\$B\$2	x2=	0,500000024	0		
11						
12	Ограничения					
13			Окончательное	Лагранжа		
14	Ячейка	Имя	Значение	Множитель		
15	\$B\$4	g1=	5	-2,999991019		
16						

б) отчет о пределах

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	Microsoft Excel 16.0 Отчет о пределах									
2	Лист: [Задача с 1 огр из лк проекц град.xlsx]Лист2									
3	Отчет создан: 03.07.2020 21:07:28									
4										
5										
6	Целевая функция									
7	Ячейка	Имя	Значение							
8	\$B\$3	f(x1,x2)=	4,5							
9										
10										
11	Переменная			Нижний Целевая функция		Верхний Целевая функция				
12	Ячейка	Имя	Значение	Предел	Результат	Предел	Результат			
13	\$B\$1	x1=	4,5	0	38,24999993	4,5	4,5			
14	\$B\$2	x2=	0,5	0	6,25000007	0,5	4,5			
15										

в) отчет об устойчивости

Рис. 3. Результаты решения задачи выпуклого программирования с помощью надстройки «Поиск решения»

Отчет студента по лабораторной работе №6 должен содержать:

- задание;
- математическую модель задачи; функцию Лагранжа и условия Куна-Таккера в дифференциальной форме;
- результаты двух, трех итераций метода проекции градиента, выполненные без использования специализированных программных средств;
- найденное с помощью надстройки Excel «Поиск решения» оптимальный план производства продукции;
- анализ отчетов, полученных с помощью табличного процессора Excel о результатах, пределах и устойчивости.

Лабораторная работа №7 (варианты 1-5)

Графическое решение задачи линейного программирования. Исследование на чувствительность.

В следующих словесно сформулированных задачах требуется:

1) составить математическую модель, записав соответствующую задачу линейного программирования (указать смысл всех используемых обозначений и соотношений);

2) изобразить графически множество допустимых планов. Записать систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств. Составить таблицу соответствия допустимых базисных решений и вершин многоугольника допустимых планов;

3) найти графическим методом с использованием карандаша и линейки или он-лайн сервиса <http://matematikam.ru/calculate-online/grafik.php> оптимальный

план выпуска продукции. По заданию преподавателя провести исследование на чувствительность оптимального решения к вариациям одного из параметров задачи;

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи линейного программирования;
- графическое решение и анализ модели на чувствительность;

Задача 1

Озеро можно заселить двумя видами рыб: А и В. Средняя масса рыбы вида А равна 2 кг, а вида В — 1 кг. В озере имеется два вида пищи: Р1 и Р2. Средние потребности одной рыбы вида А составляют 1 ед. корма Р1 и 3 ед. корма Р2 в день. Аналогичные потребности для рыбы вида В составляют 2 ед. и 1 ед. Ежедневный запас пищи поддерживается на уровне 500 ед. Р1 и 900 ед. Р2. Как следует заселить озеро рыбами, чтобы максимизировать общую массу рыб?

Задача 2

Имеется два вида кормов А и В, которые можно купить по ценам 80 и 100 руб. за 1 кг. В одном килограмме корма А содержится 50 г питательного вещества М и 100 г питательного вещества N. Для корма В соответствующие цифры составляют 100 г и 50 г. Сколько требуется закупить кормов А и В, чтобы общее количество питательных веществ М и N составляло не менее 4 кг и 5 кг соответственно, а расход был минимальным? Вычислите минимальный расход.

Задача 3

Фабрика по производству мороженого может выпускать два сорта мороженого: молочное и сливочное. При производстве мороженого используют три вида сырья: молоко, дешевые наполнители и дорогие наполнители, запасы которых составляют 3,2, 3,5 и 7 т соответственно. Известны удельные затраты сырья для каждого из сортов и цены готовой продукции. Для молочного мороженого затраты составляют 0,5, 0,1 и 0,4 кг на 1 кг мороженого, а для сливочного — 0,2, 0,3 и 0,5 кг на 1 кг мороженого. Цена молочного мороженого составляет 200 руб. за 1 кг, а сливочного — 300 руб. за 1 кг. Требуется построить план производства, который обеспечивает максимум дохода, и вычислить максимальный доход.

Задача 4

Строительная фирма организовала выпуск деревянных домов двух видов А и В. Для производства первой партии домов фирма приобрела брус — на 100 тыс. усл. ед., вагонку — на 150 тыс. усл. ед. и обрешечивающую доску — на 160 тыс. усл. ед. На постройку дома вида А требуется бруса на 1 тыс. усл. ед. и вагонки на 3 тыс. усл.

ед., а на постройку дома вида В бруса на 2 тыс. усл. ед., вагонки на 1 тыс. усл. ед. и обрезной доски на 4 тыс. усл. ед. Фирма планирует продажу домов вида А по цене 10 тыс. усл. ед., а вида В — по цене на 30 тыс. усл. ед. Определите оптимальный план выпуска домов и прибыль от их реализации.

Задача 5

На трех станках обрабатываются детали двух видов: А и В, причем каждая деталь проходит обработку на всех станках. Известно время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и прибыль от продажи одной детали каждого вида. Данные приведены в таблице. Составьте план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль.

Станки	Время обработки детали		Время работы станка за 1 цикл
	А	В	
I	1	2	16
II	1	1	10
III	3	1	24
Прибыль на 1 деталь, усл. ед.	4	2	

Лабораторной работе №7 (варианты 6-17)

Графическое решение задачи линейного программирования. Исследование на чувствительность.

В следующих задачах требуется:

1) указать смысл всех используемых обозначений и соотношений;
 2) изобразить графически множество допустимых планов. Записать систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств. Составить таблицу соответствия допустимых базисных решений и вершин многоугольника допустимых планов;

3) найти графическим методом с помощью карандаша и линейки или использованием он-лайн сервиса <http://matematikam.ru/calculate-online/grafik.php> оптимальный план выпуска продукции. По заданию преподавателя провести исследование на чувствительность оптимального решения к вариациям одного из параметров задачи.

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи линейного программирования;
- графическое решение и анализ модели на чувствительность.

Вариант 6

Необходимо найти максимальное значение целевой функции $F = x_1 - 2x_2 \rightarrow \max$, при системе ограничений:

$$5x_1 + 3x_2 \geq 30, (1)$$

$$x_1 - x_2 \leq 3, (2)$$

$$-3x_1 + 5x_2 \leq 15, (3)$$

$$x_1 \geq 0, (4)$$

$$x_2 \geq 0. (5)$$

Вариант 7

Необходимо найти минимальное значение целевой функции

$F = x_1 - 2x_2 \rightarrow \min$, при системе ограничений:

$$5x_1 + 3x_2 \geq 30, (1)$$

$$x_1 - x_2 \leq 3, (2)$$

$$-3x_1 + 5x_2 \leq 15, (3)$$

$$x_1 \geq 0, (4)$$

$$x_2 \geq 0. (5)$$

Вариант 8

Необходимо найти минимальное значение целевой функции $F = -4x_1 - x_2 + 26 \rightarrow \min$, при системе ограничений:

$$3x_1 - 2x_2 \leq 6, (1)$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2, (2)$$

$$x_1 \geq 0, (3)$$

$$x_2 \geq 0, (4)$$

Вариант 9

Необходимо найти максимальное значение целевой функции $F = -4x_1 - x_2 + 26 \rightarrow \max$, при системе ограничений:

$$3x_1 - 2x_2 \leq 6, (1)$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 2, (2)$$

$$x_1 \geq 0, (3)$$

$$x_2 \geq 0. (4)$$

Вариант 10

Необходимо найти максимальное значение целевой функции $F = -x_1 + x_2 \rightarrow \max$, при системе ограничений:

$$x_1 + x_2 \leq 1, (1)$$

$$x_1 - 4x_2 \geq -2, (2)$$

$$x_2 \geq 0. (3)$$

Вариант 11

Необходимо найти минимальное значение целевой функции $F = -x_1 + x_2 \rightarrow \min$, при системе ограничений:

$$x_1+x_2 \leq 1, (1)$$

$$x_1-4x_2 \geq -2, (2)$$

$$x_2 \geq 0. (3)$$

Вариант 12

Необходимо найти минимальное значение целевой функции $F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \min$, при системе ограничений:

$$x_1 \leq 3, (1)$$

$$x_1 \geq -1, (2)$$

$$-2x_1 - 3x_2 \leq 6, (3)$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6. (4)$$

Вариант 13

Необходимо найти максимальное значение целевой функции $F = 2x_1 - x_2 \rightarrow \max$, при системе ограничений:

$$x_1 \leq 3, (1)$$

$$x_1 \geq -1, (2)$$

$$-2x_1 - 3x_2 \leq 6, (3)$$

$$-x_1 + 2x_2 \leq 6. (4)$$

Вариант 14

Необходимо найти максимальное значение целевой функции $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$, при системе ограничений:

$$x_1 + 2x_2 \leq 6, (1)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8, (2)$$

$$x_2 \leq 2, (3)$$

$$x_1 \geq 0, (4)$$

$$x_2 \geq 0. (5)$$

Вариант 15

Необходимо найти минимальное значение целевой функции $F = x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$, при системе ограничений:

$$x_1 + 2x_2 \leq 6, (1)$$

$$2x_1 + x_2 \leq 8, (2)$$

$$x_2 \leq 2, (3)$$

$$x_1 \geq 0, (4)$$

$$x_2 \geq 0. (5)$$

Вариант 16

Необходимо найти максимальное значение целевой функции $F = x_1 + x_2 \rightarrow \max$, при системе ограничений:

$$x_1 - 2x_2 \leq 30, (1)$$

$$5x_1 - x_2 \leq 25, (2)$$

$$x_1 \geq 0, (3)$$

$$x_2 \geq 0. (4)$$

Вариант 17

Необходимо найти минимальное значение целевой функции $F = x_1 + x_2 \rightarrow \min$, при системе ограничений:

$$x_1 - 2x_2 \leq 30, (1)$$

$$5x_1 - x_2 \leq 25, (2)$$

$$x_1 \geq 0, (3)$$

$$x_2 \geq 0. (4)$$

Лабораторная работа №8

Решение задачи линейного программирования симплекс-методом.

В следующих словесно сформулированных задачах требуется:

- 1) составить математическую модель, записав соответствующую задачу линейного программирования (указать смысл всех используемых обозначений и соотношений);
- 2) для построения первого опорного плана систему неравенств привести к системе уравнений путем введения дополнительных переменных (*переход к стандартной форме*).
- 3) заполнить симплекс-таблицу проведя необходимое количество итераций и найти оптимальный план задачи;

При решении задачи использовать графическое изображение области допустимых решений (ОДР), полученное ранее.

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи линейного программирования;
- результаты аналитического решения задачи симплекс-методом.

Задача 1

Озеро можно заселить двумя видами рыб: А и В. Средняя масса рыбы вида А равна 2 кг, а вида В — 1 кг. В озере имеется два вида пищи: Р1 и Р2. Средние потребности одной рыбы вида А составляют 1 ед. корма Р1 и 3 ед. корма Р2 в день. Аналогичные потребности для рыбы вида В составляют 2 ед. и 1 ед. Ежедневный запас пищи поддерживается на уровне 500 ед. Р1 и 900 ед. Р2. Как следует заселить озеро рыбами, чтобы максимизировать общую массу рыб?

Задача 2

Имеется два вида кормов А и В, которые можно купить по ценам 80 и 100 руб. за 1 кг. В одном килограмме корма А содержится 50 г питательного вещества М и 100 г питательного вещества N. Для корма В соответствующие цифры составляют 100 г и 50 г. Сколько требуется закупить кормов А и В, чтобы общее количество питательных веществ М и N составляло не менее 4 кг и 5 кг соответственно, а расход был минимальным? Вычислите минимальный расход.

Задача 3

Фабрика по производству мороженого может выпускать два сорта мороженого: молочное и сливочное. При производстве мороженого используют три вида сырья: молоко, дешевые наполнители и дорогие наполнители, запасы которых составляют 3,2, 3,5 и 7 т соответственно. Известны удельные затраты сырья для каждого из сортов и цены готовой продукции. Для молочного мороженого затраты составляют 0,5, 0,1 и 0,4 кг на 1 кг мороженого, а для сливочного — 0,2, 0,3 и 0,5 кг на 1 кг мороженого. Цена молочного мороженого составляет 200 руб. за 1 кг, а сливочного — 300 руб. за 1 кг. Требуется построить план производства, который обеспечивает максимум дохода, и вычислить максимальный доход.

Задача 4

Строительная фирма организовала выпуск деревянных домов двух видов А и В. Для производства первой партии домов фирма приобрела брус — на 100 тыс. усл. ед., вагонку — на 150 тыс. усл. ед. и обрезную доску — на 160 тыс. усл. ед. На постройку дома вида А требуется бруса на 1 тыс. усл. ед. и вагонки на 3 тыс. усл. ед., а на постройку дома вида В бруса на 2 тыс. усл. ед., вагонки на 1 тыс. усл. ед. и обрезной доски на 4 тыс. усл. ед. Фирма планирует продажу домов вида А по цене 10 тыс. усл. ед., а вида В — по цене на 30 тыс. усл. ед. Определите оптимальный план выпуска домов и прибыль от их реализации.

Задача 5

На трех станках обрабатываются детали двух видов: А и В, причем каждая деталь проходит обработку на всех станках. Известно время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и прибыль от продажи одной детали каждого вида. Данные приведены в таблице. Составьте план производства, обеспечивающий наибольшую прибыль.

Станки	Время обработки детали		Время работы станка за 1 цикл
	A	B	
I	1	2	16
II	1	1	10
III	3	1	24
Прибыль на 1 деталь, усл. ед.	4	2	

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1.Перечень экзаменационных вопросов

7. Классификация методов одномерной оптимизации нулевого и первого порядков. Униmodalные функции.
8. Метод дихотомии.
9. Метод золотого сечения.
10. Метод Фибоначчи.
11. Необходимые и достаточные условия существования экстремумов функции нескольких переменных.
12. Метод Ньютона поиска стационарных точек функции нескольких переменных.
13. Градиентные методы поиска точек безусловного экстремума функции.
14. Постановка классической задачи математического программирования.
15. Метод множителей Лагранжа.
16. Признаки условного локального экстремума. Необходимое условие первого порядка.
17. Условие Якоби.
18. Стандартный и унифицированный виды задачи на экстремум.
19. Необходимые признаки локального экстремума.
20. Условия Куна-Таккера в градиентной форме.
21. Условия Куна-Таккера в алгебраической форме.
22. Выпуклые множества. Выпуклые и вогнутые функции.
23. Условия регулярности Слейтера.
24. Необходимые и достаточные условия оптимальности в выпуклом программировании.
25. Седловая точка функции Лагранжа.
26. Теорема Куна-Таккера о седловой точке.
27. Двойственные задачи нелинейного программирования. Экономическая интерпретация.
28. Численные методы решения задач нелинейного программирования.
29. Классификация задач линейного программирования.

30. Графический метод решения и анализа на устойчивость задач линейного программирования.

Д2. Экзаменационные задачи

Задача 1.

Найти точку экстремума функции методом золотого сечения.

Точку экстремума искать в интервале L_0 . Шаг приращения l_0 . Ошибка ε .

Выполнить вручную не менее трех итераций.

	Исследуемая функция	Тип экстремума	Интервал поиска	Шаг приращения	Ошибка
28.	$f(x) = x^2 + 2x - 6$	min	$L_0 = [-4, 4]$	$l_0 = 0.8$	$\varepsilon = 0.2$

Задача 2.

Найти точку экстремума функции методом дихотомии.

Точку экстремума искать в интервале L_0 . Шаг приращения l_0 . Ошибка ε .

Выполнить вручную не менее трех итераций.

	Исследуемая функция	Тип экстремума	Интервал поиска	Шаг приращения	Ошибка
29.	$f(x) = x^2 + 2x - 6$	min	$L_0 = [-4, 4]$	$l_0 = 0.8$	$\varepsilon = 0.2$

Задача 3.

Необходимо:

1. исследовать необходимые условия экстремума функции

$$f(X) = x_1^2 - 4x_1 + 2x_2^2 + 2x_2$$

и найти её стационарные точки;

2. проверить выполнение достаточных условий экстремума функции во всех стационарных точках;

3. определить характер экстремума функции;

4. при несоблюдении достаточных условий экстремума проверить функции на наличие седловой точки.

Задача 4.

Найти безусловный экстремум функции $f(X)=x_1^2-4x_1+2x_2^2+2x_2$, используя метод Ньютона. При решении задачи задать начальную точку $X^0=(0,0)$, ошибку $\varepsilon=0.1$.

Необходимо:

- для проверки необходимых условий существования экстремума функции составить систему уравнений её частных производных по всем переменным и приравнять их нулю;
- решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность матрицы Гессе.

методом Ньютона сделать итерацию и зафиксировать результат

Задача 5.

Найти безусловный экстремум функции $f(X)=2x_1+8x_2-x_1^2-2x_2^2$, используя метод градиентного спуска с постоянным шагом. При решении задачи задать начальную точку $X^0=(0,0)$, ошибку $\varepsilon=0.1$ и предельное число итераций $M=3$.

Необходимо:

- для проверки необходимых условий существования экстремума функции составить систему уравнений её частных производных по всем переменным и приравнять их нулю;
- решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность матрицы Гессе и определить характер экстремума (max или min);
- методом градиентного спуска с постоянным шагом сделать 3 итерации и зафиксировать результат.

Для проверки сформированности компетенции ПК-21: способность проводить оценку экономических затрат и рисков при создании информационных систем

Блок А. Задания репродуктивного уровня («знать»)

А.1 Вопросы для обсуждения

Освоение симплекс-метода поиска условного экстремума целевой функции прямой и двойственной задач линейного программирования.

- Алгоритм симплексного преобразования таблицы ограничений.
- Свойства взаимно двойственных задач.
- Основное неравенство теории двойственности.
- Первая теорема двойственности и ее экономический смысл.
- Вторая теорема двойственности.
- Третья теорема двойственности.

Освоение методов решения транспортной задачи.

- Формализация экономико – математической модели транспортной задачи.
- Решение транспортной задачи симплексным методом.
- Суть метода северо-западного угла поиска начального базиса при решении транспортной задачи.
- Суть метода наименьших стоимостей поиска начального базиса при решении транспортной задачи.
- Суть метода потенциалов.
- Открытая и закрытая модели транспортной задачи.

Решение задачи целочисленного программирования методом отсечения с использованием алгоритма Гомори.

- Формализация задачи целочисленного линейного программирования.
- Сущность метода Гомори решения задачи целочисленного линейного программирования.
- Особенности решения частично-целочисленных задач.

Решение задачи о назначениях венгерским методом.

- Формализация задачи о назначениях.
- Особенности венгерского метода решения задачи о назначениях.

Решение задачи коммивояжера методом ветвей и границ.

- Формализация метода ветвей и границ решения задачи целочисленного линейного программирования.
- Алгоритм метода ветвей и границ на примере задачи о коммивояжере.

Решение многокритериальных задач оптимизации экспертными методами.

- Шкалирование методом парных сравнений.
- Многокритериальность и недоминируемые решения.
- Метод линейной свертки критериев.

Освоение методов бескритериальной формализации предпочтений и поиска минимального расстояния в пространстве ранжировок.

- Использование бинарных отношений в задачах выбора.

- Экспертная информация и меры близости.
- Поиск минимального расстояния в пространстве ранжировок.

Блок В. Задания реконструктивного уровня («уметь»)

В1. – вопросы к письменной контрольной работе

1. Понятие симплекса.
2. Решение задач линейного программирования симплекс-методом.
3. допустимое базисное решение (опорное решение, опорный план);
4. преобразование матрицы СЛАУ по правилу прямоугольника;
5. поиск оптимального решения (плана).
6. Применение теории нелинейного программирования к задачам линейного программирования.
7. Теоремы двойственности.
8. Общие правила составления двойственной задачи.
9. Экономическая интерпретация двойственных задач (на примере).
10. Решение транспортной задачи методом потенциалов.
11. определение начального плана;
12. нахождение оптимального плана.
13. Часто встречающиеся экономические задачи транспортного типа.
14. Классификация экономических задач, формализуемых как задачи целочисленного программирования.
15. Методы целочисленного программирования.
16. Метод отсечения. Алгоритм Гомори.
17. Метод ветвей и границ;
18. Алгоритм Литтла;
19. Примеры задач, решаемых как задачи коммивояжера.
20. Задача о назначениях.
21. Задача коммивояжера.
22. Планирование численности персонала.
23. Многокритериальность и недоминируемые решения.
24. Экспертно оцениваемые критерии и их шкалы.
25. Выделение эффективных решений посредством однокритериальной оптимизации. Метод критериальных ограничений.
26. Метод линейной свертки критериев.
27. Вычисление функций принадлежности методом парных сравнений.
28. Классификация и свойства бинарных отношений. Отношения предпочтения.

- 29.эксперты и бинарные отношения;
- 30.варианты предпочтений экспертов;
- 31.свойства бинарных отношений;
- 32.типы отношений;
- 33.использование бинарных отношений в задачах выбора.
- 34.Функция полезности и бинарные отношения.
- 35.отношения предпочтения (аксиомы потребителя);
- 36.связь бинарных отношений и функции полезности;
- 37.сравнение методов оптимизации.
- 38.Экспертная информация и меры близости.
- 39.меры близости на отношениях;
- 40.шкалы и отношения;
- 41.упорядочение на ранжированиях;
- 42.пространство упорядочений.
- 43.Поиск минимального расстояния в пространстве упорядочиваний (ранжировок).

Блок С. Задания практико-ориентированного уровня для диагностирования сформированности компетенций («владеть»)

С1. Лабораторные работы.

Лабораторная работа №9

Поиск условного экстремума целевой функции прямой и двойственной задач линейного программирования симплекс-методом и с использованием табличного процессора Excel.

Необходимо:

1). Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств.

2). Ввести исходные данные в шаблон Excel во вкладке «Прямая задача» в файле «Шаблон к заданию 9». Как это сделать описано в самом шаблоне.

3). Открыть команду «Поиск решения», проверить адреса ячеек целевой функции, искомых переменных и ограничений. В случае необходимости внести изменения. Получить решение прямой задачи.

4). Перейти на вкладку «Двойственная задача» и ввести исходные данные в шаблон Excel. Как это сделать описано в самом шаблоне.

5). Затем вновь открыть команду «Поиск решения», проверить адреса ячеек целевой функции, искомым переменных и ограничений. В случае необходимости внести изменения. Получить решение двойственной задачи.

б) Убедиться в правильности решения прямой и двойственной задач сравнением значений целевых функций в точке экстремума. Эти значения должны совпасть.

7). Сделать сопоставление переменных, ограничений и целевых функций прямой и двойственной задач линейного программирования так, как это сделано на вкладке «Двойственная задача» в файле «Пример выполнения задания 9».

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи;
- сравнение результатов решения прямой и двойственной задач;
- таблицу сопоставления переменных, ограничений и целевых функций прямой и двойственной задач;
- оценку относительной стоимости используемых ресурсов.

2. Сформируйте вариант изготовления бензина АИ-95 и АИ-92, который обеспечивает максимальный доход от продажи, если имеется 44 т смеси 1-го вида и 24 т смеси 2-го вида. На изготовление бензина АИ-95 идет 60% смеси 1-го вида и 40% смеси 2-го вида, на изготовление бензина АИ-92 идет 80% смеси 1-го вида и 20% смеси 2-го вида. Реализуется 1 т бензина АИ-95 за 44 тыс. руб., а 1 т АИ-92 – за 41000 тыс. руб.

3. Хлебозавод производит два типа торта “БИС” и “КВИТ”. Для производства 1 т “БИТ” требуется 0,3 ч работы оборудования, а для “КВИТ” — 0,5 ч. Расход специального ингредиента на них составляет 0,4 и 0,1 т на 1т соответственно. Ежедневно в распоряжении завода 12 т специального ингредиента и 15 ч работы оборудования. Доход от продажи 1 т торт “БИС” составляет 20 тыс. руб., а “КВИТ” — 31 тыс. руб.

Определите ежедневный план производства тортов каждого вида, обеспечивающий максимальный доход от их продажи.

4. Предприятие производит для автомобилей ВАЗ запасные части типа А и В. Норма расхода ресурсов для произведен каждого вида запасных частей, а также отведенные лимиты ресурсов приведены в таблице.

Производственная мощность позволяет выпускать максимум 3500 деталей типа А. Общее число производимых деталей в течение одной недели должно составлять не менее 1500 штук.

Ресурсы	Нормы расхода ресурсов на производство 1 детали		Лимит ресурса (в неделю)
	Тип А	Тип В	
Трудозатраты, чел.-час.	4	3	8000
Листовой материал, кг	2	6	7500
Полимерный материал, кг	5	2	6000
Доход от продажи 1 детали	11	13	

Определите, сколько деталей каждого вида следует производить, чтобы обеспечить максимальный доход от продажи за неделю.

5. Издательский дом “Садовод” издает два журнала: “Пчеловод” и “Сад и огород”, которые печатаются в трех типографиях: “Типография МК”, “Полиграф” и “Труд”, где общее количество часов, отведенное для печати, и производительность печати одной тысячи экземпляров ограничены и представлены в следующей таблице.

Типография	Время печати 1000 экз.		Ресурс времени, отведенный типографией, час
	“Пчеловод”	“Сад и огород”	
Типография МК	6	8	80
Полиграф	4	6	120
Труд	4	5	70
Оптовая цена,	22	25	

Спрос на журнал “Пчеловод” составляет не более 12 тыс. экз. а на журнал “Сад и огород” — не более 14 тыс. экз. в месяц.

Определите, какое оптимальное количество журналов надо издавать, чтобы обеспечить максимальную выручку от продажи.

6. Молочный комбинат освоил выпуск новых видов сыров “Приятный” и “Смачный”, спрос на которые составляет соответственно не более 12 и 15 т в месяц. По причине занятости четырех цехов выпуском традиционных видов молочных продуктов каждый цех может выделить только ограниченный ресурс времени в месяц. В силу специфики технологического оборудования затраты времени на производство сыров разные и представлены в таблице.

Определить оптимальный объем выпуска названных сыров, обеспечивающий максимальную выручку от их продажи.

Номер цеха	Время на производство сыра, час		Время, отведенное цехами на производство, час/мес.
	“Приятный”	“Смачный”	
1	2	7	66
2	3	5	45
3	2	4	58

4	1	6	72
<i>Оптовая цена, руб./т</i>	7800	8400	

7. По предписанию врача пациенту необходимо перейти на диету и за сезон употребить питательные вещества, содержащиеся в фруктах и ягодах, в количествах, указанных в таблице.

<i>Вещества</i>	<i>Содержание питательных веществ</i>		<i>Нормы потребления, г - не менее</i>
	<i>Яблоки</i>	<i>Ягоды</i>	
P_1	3	1	18
P_2	1	2	20
P_3	2	5	40
P_4	0	2	14
P_5	2	4	32
<i>Цена, руб./кг</i>	30	40	

Определите, какое количество фруктов и ягод необходимо купить за сезон, чтобы выполнить предписание врача с минимальными расходами.

8. Торговое предприятие реализует 2 группы товаров А и В. Нормы затрат ресурсов на каждый тип товаров, лимиты ресурсов, а также доход на единицу каждой продукции заданы в таблице. Определить плановый объем продаж и структуру товарооборот: так, чтобы доход торгового предприятия был максимален.

<i>Виды ресурсов</i>	<i>Норма затрат ресурсов на 1 ед. товара</i>		<i>Лимит ресурсов</i>
	<i>Товары группы А</i>	<i>Товары группы В</i>	
Рабочее время продавцов, чел.-час	0,2	3	24
Площадь торговых задов, м ²	0,5	0,1	5
Площадь складских помещений, м ²	3	1	32
Накладные расходы, руб.	5	4	75
<i>Доход на ед. продукции, руб.</i>	4	3	

9. При откорме каждое животное должно получить не менее 12 ед. белков, 9 ед. углеводов и 13 ед. жиров. Для составления рациона используют два вида корма, представленные в следующей таблице.

<i>Питательные вещества</i>	<i>Количество единиц питательных веществ на 1 кг</i>	
	<i>Корма 1</i>	<i>Корма 2</i>
Белки	3	1
Углеводы	1	2
Жиры	2	5

Стоимость 1 кг корма первого вида — 4 ден. ед., второго — 6 ден. ед. Составьте дневной рацион питательности, имеющий минимальную стоимость.

10. Фирма изготавливает два вида красок: для внутренних (В) и для наружных (Н) работ. Для их производства используют исходные продукты: пигмент и олифу. Расходы исходных продуктов и максимальные суточные запасы приведены в таблице.

Исходный продукт	Расход исходных продуктов на 1 т краски		Суточный запас, т
	Краска Н	Краска В	
Пигмент	1	2	14
Олифа	2	1	18

Изучение рынка сбыта показало, что суточный спрос на краску для наружных работ никогда не превышает 4 т в сутки. Цена продажи 1 кг краски для наружных работ — 60 руб., а для внутренних работ — 90 руб.

Какое количество краски каждого вида должна производить фирма, чтобы доход от реализации продукции был максимальным?

11. Предприятие должно выпускать два вида продукции — I и II, используя при этом последовательно четыре станка. Данные о технологическом процессе указаны в следующей таблице.

Станок	Трудоемкость на 1 ед. продукции		Фонд времени, час
	I	II	
1	3	3	15
2	2	6	18
3	4	0	16
4	1	2	8
Прибыль на ед. продукции	2	3	

Составьте план выпуска продукции, обеспечивающий предприятию наибольшую прибыль.

12. Телевизионный завод выпускает 2 вида телевизоров, причем суточное плановое задание составляет не менее 100 телевизоров серии ТВ-1 и 80 телевизоров серии ТВ-2.

Суточные ресурсы фабрики следующие: 800 ед. производственного оборудования, 600 ед. сырья и 480 ед. электроэнергии, расход которых на производство одного телевизора каждого типа представлены в таблице.

Ресурсы	Телевизоры	
	ТВ-1	ТВ-2

Оборудование	2	4
Сырье	3	2
Электроэнергия	4	1

Себестоимость каждой серии телевизора соответственно равна: ТВ-1 - 6400 руб., ТВ-2 - 8200 руб.

Необходимо определить, сколько телевизоров каждого виг следует выпустить, чтобы общая стоимость выпускаемой продукции была максимальной.

13. Для приобретения оборудования, размещаемого на производственной площади 32 м^2 , фирма выделяет 24 тыс. руб.

Имеются единицы оборудования двух типов: оборудование типа А стоимостью 3 тыс. руб., требующее производственную площадь 8 м^2 и имеющее производительность 4 тыс. единиц продукции за смену, и типа Б стоимостью 6 тыс. руб., занимающее производственную площадь 5 м^2 и имеющее производительность 5 тыс. единиц продукции за смену.

Требуется рассчитать оптимальный вариант приобретения оборудования, обеспечивающий максимум производительности участка.

14. Для изготовления двух видов продукции P_1 и P_2 используют следующие ресурсы: S_1, S_2, S_3, S_4 . Запасы ресурсов и затраты каждого на единицу продукции приведены в таблице.

Ресурс	Запас ресурса	Число ед. ресурсов, затрачиваемых на изготовление ед. продукции	
		P_1	P_2
S_1	21	1	3
S_2	18	2	1
S_3	6	-	1
S_4	15	3	5

Прибыль, получаемая от единицы продукции P_1 и P_2 , — соответственно 2 и 5 руб.

Составить такой план производства продукции, при котором прибыль от ее реализации будет максимальной.

15. Для кормления птицы используется два типа корма, содержащие питательные вещества — витамины А, В, С. Содержание числа единиц витаминов в 1 кг каждого вида корма и необходимый минимум их приведен в таблице (цифры условные).

Витамин	Необходимый минимум витамина	Число ед. витамина в 1 кг корма	
		1-й корм	2-й корм
А	9	3	1
В	8	1	2
С	12	1	6

Стоимость 1 кг корма 1-го и 2-го типов соответственно 4 и 6 руб.

Необходимо составить дневной рацион, имеющий минимальную стоимость, в котором содержание каждого вида питательных веществ (витаминов) было бы не менее установленных пределов.

16. Звероферма выращивает черно-бурых лисиц и песцов. На звероферме имеется 10 000 клеток. В одной клетке могут быть либо две лисы, либо 1 песец. По плану на ферме должно быть не менее 3000 лис и 6000 песцов. В одни сутки каждой лисе необходимо выдавать 4 ед. корма, а каждому песцу — 5 ед. Ферма ежедневно может иметь не более 200 000 ед. корма. От реализации одной шкурки лисы ферма получает прибыль 10 ден. ед., а от реализации одной шкурки песца — 5 ден. ед. Какое количество лисиц и песцов нужно держать на ферме, чтобы получить наибольшую прибыль?

17. Цех выпускает в смену трансформаторы двух видов. Для их изготовления используются железо и проволока. Общий запас железа — 24 т, проволоки — 18 т. На один трансформатор первого вида расходуются 3 кг железа и 3 кг проволоки, а на один трансформатор второго вида — 4 кг железа и 2 кг проволоки. За каждый реализованный трансформатор первого вида завод получает прибыль 3 ден. ед., второго — 4 ден. ед.

Составьте план выпуска трансформаторов, обеспечивающий заводу максимальную прибыль в смену, если в смену должно выпускаться не менее 4 трансформаторов 1-го вида.

18. Фирма выпускает два набора удобрений для газонов: обычный и улучшенный. В обычный набор входят 300 г азотных, 400 г фосфорных и 100 г калийных удобрений, а в улучшенный — 200 г азотных, 600 г фосфорных и 200 г калийных удобрений. Известно, что для некоторого газона требуется не менее 10 кг азотных, 20 кг фосфорных и 7 кг калийных удобрений. Обычный набор стоит 30 руб., а улучшенный — 40 руб. Сколько и каких наборов удобрений надо купить, чтобы обеспечить эффективное питание почвы и минимизировать стоимость?

19. Фирма производит две модели шкафов - А и В. Их производство ограничено наличием сырья (высококачественных досок) и временем машинной обработки. Для каждого изделия модели А требуется 3 м² досок, а для изделия модели В — 4 м². Фирма может получать от своих поставщиков до 1700 м² досок в неделю. Для каждого изделия модели А требуется 12 мин машинного времени, а для изделия модели В — 30 мин. В неделю можно использовать 160 ч машинного времени. Сколько изделий каждой модели следует выпускать фирме в неделю, если каждое изделие модели А приносит 2 руб. прибыли, а каждое изделие модели В — 4 руб. прибыли?

20. Для изготовления изделий А и В используются три вида сырья. На производство одного изделия А требуется: сырья первого вида — 8 кг, второго — 5 кг и третьего — 4 кг. На производство одного изделия В требуется затратить: сырья первого вида — 6 кг, второго — 7 кг и третьего — 3 кг.

Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 182 кг, второго вида — 140 кг, третьего вида — 154 кг. Стоимость одного изделия А равна 10 руб., изделия В — 12 руб.

Составить оптимальный план выпуска продукции при ограничении по ассортименту. План предусматривает выпуск не менее 12 изделий А и 10 изделий В.

20. Для изготовления изделий А и В используются три вида сырья. На производство одного изделия А требуется: сырья первого вида — 8 кг, второго — 5 кг и третьего — 4 кг. На производство одного изделия В требуется затратить: сырья первого вида — 6 кг, второго — 7 кг и третьего — 3 кг.

Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 182 кг, второго вида — 140 кг, третьего вида — 154 кг. Стоимость одного изделия А равна 10 руб., изделия В — 12 руб.

Составить оптимальный план выпуска продукции без ограничения по ассортименту.

Лабораторная работа №11

Решение задачи о назначениях с использованием табличного процессора Excel.

Необходимо:

1). Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель задачи о назначениях: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений.

2). Ввести исходные данные в шаблон Excel в файле «Шаблон менеджеры».

3). Открыть команду «Поиск решения», задать ячейки целевой функции, искомых переменных, ввести ограничения. Получить решение задачи.

Служба занятости имеет в наличии в разных отделах шесть вакантных мест по разным специальностям (PR-менеджер, бренд-менеджер, маркетолог, менеджер по логистике, офис-менеджер, референт), на которые претендуют семь человек (Шахбан, Джамбулат, Патимат, Сакинат, Султан, Джамиля, и Наида). Проведено тестирование претендентов, результаты которого представлены в виде матрицы.

Распределить претендентов на вакантные места таким образом, чтобы на каждое место был назначен человек с наибольшим набранным по тестированию баллом по десятибалльной шкале, причем балл, равный единице, означает неудовлетворительный уровень компетенций претендента, а балл равный десяти - чрезвычайно высокий уровень компетенций.

В таблице 1а отражена структура данных, а в таблице 1б приведены количественные данные для различных вариантов.

Служба занятости должна принять решение о расстановке специалистов по специальностям, такое, чтобы максимально использовать компетенции претендентов.

Отчет должен содержать:

задание;

описание задачи линейного программирования и ее математической модели;

листинг с аналитическим решением задачи средствами Excel.

Таблица 1а

		Вакансии в отделах:					
		PR-менеджер	бренд-менеджер	маркетолог	менеджер по логистике	офис-менеджер	референт
Претенденты	Шахбан						
	Джамбулат						
	Патимат						
	Сакинат						
	Султан						
	Джамия						
	Наида						

Таблица 16

Вариант 1					
5	6	9	6	5	5
4	2	8	1	4	2
6	9	1	5	1	2
6	2	5	6	10	6
7	6	3	8	4	6
4	7	1	7	1	7
9	1	9	3	5	2
Вариант 2					
7	9	6	6	5	6
6	5	7	4	9	8
2	10	10	10	5	2
9	6	3	4	10	2
1	7	10	7	7	6
3	10	9	1	1	8
2	10	3	3	4	10
Вариант 3					
6	6	10	7	8	7
9	2	2	2	6	5
8	1	9	4	1	8
8	10	5	5	5	1
4	5	1	5	5	2
3	8	9	6	2	10
2	10	9	3	6	10
Вариант 4					
6	3	3	1	7	6
2	2	5	9	6	3
2	3	6	1	8	5
2	6	8	6	6	3
1	8	8	2	4	3

4	5	3	1	3	3
10	6	3	8	1	1
Вариант 5					
9	2	3	4	1	4
5	5	1	4	5	1
1	2	10	8	2	6
9	7	5	1	1	4
2	8	4	8	9	7
6	9	2	8	9	1
9	8	2	5	6	8

Всего 27 вариантов

Лабораторная работа №12

Решение задачи коммивояжера с использованием табличного процессора Excel

Имеется 9 городов. Задана матрица расстояний между городами, каждый элемент которой определяет расстояние $C_{i,j}$ между i – тым и j – тым городами (Таблица 1). Коммивояжер выезжает из какого-либо города и должен посетить все города, побывав в каждом только один раз и вернуться в исходный город. Ставится задача определить такую последовательность объезда городов, или маршрут, при которой суммарная длина маршрута была бы минимальной.

Коммивояжер или переезжает из города i в город j или нет. Коммивояжер только один раз выезжает из города и только один раз въезжает в город. Маршрут движения коммивояжера замкнут и отсутствуют подциклы (несвязанные между собой).

Отчет должен содержать:

- титульный лист;
- задание;
- описание математической модели задачи;
- результаты аналитического решения задачи.

Таблица 1

Вариант 1								
1000000	16	42	28	13	25	15	36	15
15	1000000	34	8	21	29	16	9	34
37	31	1000000	19	22	11	24	24	14
23	11	17	1000000	32	19	5	18	5
14	24	23	31	1000000	12	27	36	30
29	27	18	23	12	1000000	25	24	26
12	21	25	7	22	21	1000000	28	23
39	5	23	23	31	30	25	1000000	15
13	36	10	5	29	33	16	14	1000000
Вариант 2								
1000000	17	39	28	13	2	13	38	15
17	1000000	36	6	20	23	17	10	37
38	34	1000000	17	19	17	26	20	11

23	8	18	1000000	33	22	8	20	7
16	21	19	33	1000000	39	23	33	27
7	25	14	23	30	1000000	24	24	24
10	17	28	4	23	18	1000000	30	20
34	8	22	22	31	30	28	1000000	13
17	34	13	5	27	34	16	10	1000000
Вариант 3								
1000000	15	38	28	18	4	16	36	17
18	1000000	31	11	22	27	18	10	34
37	35	1000000	16	24	13	28	20	14
23	12	14	1000000	30	20	8	22	14
12	19	21	33	1000000	9	26	33	29
5	27	19	27	7	1000000	24	23	27
14	19	23	5	26	21	1000000	25	18
34	6	27	19	32	28	26	1000000	11
15	30	10	12	28	33	16	9	1000000
Вариант 4								
1000000	20	38	24	15	3	16	40	12
21	1000000	36	12	19	24	18	6	35
36	33	1000000	16	25	15	29	19	9
25	13	16	1000000	30	22	8	20	8
14	23	18	31	1000000	11	28	6	26
4	26	15	25	13	1000000	21	25	30
15	18	28	8	26	19	1000000	28	17
35	9	26	4	28	28	29	1000000	13
18	36	10	8	25	35	21	11	1000000

Всего 27 вариантов

Лабораторная работа № 13.

Бескритериальная формализация предпочтений. Поиск минимального расстояния в пространстве ранжировок.

Четыре эксперта 1, 2, 3 и 4 дали ранжировки трех объектов a, b и c. Эти ранжировки для различных вариантов заданий приведены в таблице 1.

Таблица 1

№ варианта	Эксперт 1	Эксперт 2	Эксперт 3	Эксперт 4
1.	$a > b \sim c$	$a > b \sim c$	$c > a \sim b$	$b > c \sim a$

2.	$c \succ a \sim b$	$a \succ c \succ b$	$b \succ c \succ a$	$a \sim c \succ b$
3.	$b \succ a \sim c$	$a \succ b \sim c$	$a \sim c \succ b$	$a \sim b \sim c$
4.	$a \sim b \succ c$	$a \sim b \sim c$	$b \sim c \succ a$	$a \succ b \succ c$
5.	$c \succ a \succ b$	$b \succ c \succ a$	$a \sim c \succ b$	$c \succ a \succ b$
6.	$a \succ c \succ b$	$a \succ b \succ c$	$a \succ c \succ b$	$b \succ c \succ a$
7.	$a \sim c \succ b$	$b \sim c \succ a$	$a \succ b \sim c$	$a \sim b \sim c$
8.	$a \succ b \succ c$	$a \sim b \sim c$	$c \succ a \sim b$	$c \succ a \sim b$
9.	$a \succ b \sim c$	$b \sim c \succ a$	$a \sim b \sim c$	$a \sim b \sim c$
10.	$b \succ a \sim c$	$c \succ b \succ a$	$b \succ a \succ c$	$a \sim b \sim c$
11.	$a \sim b \succ c$	$c \succ a \sim b$	$a \succ b \sim c$	$a \sim c \succ b$
12.	$a \sim c \succ b$	$a \succ b \succ c$	$a \succ c \succ b$	$a \succ c \succ b$
13.	$b \succ a \sim c$	$c \succ b \succ a$	$c \succ b \succ a$	$b \succ c \succ a$
14.	$a \succ b \succ c$	$c \succ a \sim b$	$b \succ a \sim c$	$a \sim b \succ c$
15.	$c \succ a \sim b$	$c \succ a \sim b$	$a \sim c \succ b$	$b \succ c \succ a$
16.	$c \succ a \succ b$	$b \succ a \succ c$	$b \succ a \succ c$	$b \succ a \sim c$
17.	$b \succ a \sim c$	$c \succ a \succ b$	$a \succ c \succ b$	$c \succ a \succ b$
18.	$c \succ b \succ a$	$c \succ a \sim b$	$a \succ b \succ c$	$a \sim c \succ b$
19.	$c \succ a \sim b$	$a \succ b \succ c$	$a \sim b \sim c$	$a \sim b \sim c$
20.	$b \sim c \succ a$	$a \sim b \sim c$	$b \succ c \succ a$	$c \succ a \sim b$
21.	$b \succ a \sim c$	$a \succ b \succ c$	$c \succ a \succ b$	$b \succ c \succ a$
22.	$a \succ b \succ c$	$c \succ a \sim b$	$c \succ a \succ b$	$b \succ a \sim c$
23.	$b \succ c \succ a$	$a \succ b \sim c$	$b \succ a \succ c$	$c \succ b \succ a$
24.	$a \sim b \sim c$	$a \sim c \succ b$	$a \succ b \succ c$	$b \sim c \succ a$

Найти медианную и среднюю ранжировки четырех экспертов в полном пространстве трех ранжировок. Для этого необходимо вычислить сумму d^m расстояний от каждого элемента пространства ранжировок до четырех экспертных мнений для нахождения медианы, сумму d^c квадратов - для средней ранжировки. Для вычислений воспользоваться матрицей расстояний Хемминга в пространстве ранжировок трех объектов, приведенной в Приложении 1.

Результаты вычислений свести в таблицу, из которой выбрать медианную ранжировку (ранжировки) и среднюю ранжировку.

	A ¹	A ²	A ³	A ⁴	A ⁵	A ⁶	A ⁷	A ⁸	A ⁹	A ¹⁰	A ¹¹	A ¹²	A ¹³
d ^m													
d ^c													

Отчет должен содержать:

- задание,
- описание последовательности выполненных операций,
- выводы об обобщенном (оптимальном) экспертном решении о предпочтительности выбранного объекта экспертизы.

Приложение 1.

Матрица расстояний в пространстве ранжировок трех объектов*

	A ¹	A ²	A ³	A ⁴	A ⁵	A ⁶	A ⁷	A ⁸	A ⁹	A ¹⁰	A ¹¹	A ¹²	A ¹³
A ¹	0	2	2	2	2	2	2	3	3	3	3	3	3
A ²	2	0	4	4	2	2	4	1	3	1	3	5	5
A ³	2	4	0	4	2	4	2	3	1	3	5	1	3
A ⁴	2	4	4	0	4	2	2	5	5	3	1	3	1
A ⁵	2	2	2	4	0	4	4	1	1	3	5	3	5
A ⁶	2	2	4	2	4	0	4	3	5	1	1	5	3
A ⁷	2	4	2	2	4	4	0	5	3	5	3	1	1
A ⁸	3	1	3	5	1	3	5	0	2	2	4	4	6

A ⁹	3	3	1	5	1	5	3	2	0	4	6	2	4
A ¹⁰	3	1	3	3	3	1	5	2	4	0	2	6	4
A ¹¹	3	3	5	1	5	1	3	4	6	2	0	4	2
A ¹²	3	5	1	3	3	5	1	4	2	6	4	0	6
A ¹³	3	5	3	1	5	3	1	6	4	4	2	6	0

*матрица получена представлением всевозможных упорядочений трех объектов** а, b и c в виде матриц парных сравнений*** и вычислением расстояний Хемминга по формуле:

$$d(A^k, A^h) = 1/2(\sum \text{abs}(a_{ij}^k - a_{ij}^h)),$$

где:

a_{ij}^k – таблица парных сравнений ранжировки A^k ,

a_{ij}^h – таблица парных сравнений ранжировки A^h ,

$i=1,2,\dots,n, j=1,2,\dots,n$ – номера строк и столбцов соответствующих матриц парных сравнений.

** 1. $a \sim b \sim c$; 2. $a \sim b \succ c$; 3. $a \sim c \succ b$; 4. $b \sim c \succ a$; 5. $a \succ b \sim c$;

6. $b \succ a \sim c$; 7. $c \succ a \sim b$; 8. $a \succ b \succ c$; 9. $a \succ c \succ b$; 10. $b \succ a \succ c$;

11. $b \succ c \succ a$; 12. $c \succ a \succ b$; 13. $c \succ b \succ a$.

*** 1. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; 2. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; 3. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; 4. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$;

5. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 \end{bmatrix}$; 6. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; 7. $\begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; 8. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$;

9. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 \\ -1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$; 10. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 \\ -1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; 11. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & 1 \\ 1 & -1 & 0 \end{bmatrix}$; 12. $\begin{bmatrix} 0 & 1 & -1 \\ -1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$;

13. $\begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$;

Блок Д. Задания для использования в рамках промежуточной аттестации

Д1. Перечень экзаменационных вопросов

31. Структура допустимого множества и типы решений.
32. Прямая и двойственная задачи линейного программирования.
33. Применение теории нелинейного программирования к задачам линейного программирования.
34. Теоремы двойственности.
35. Экономическая интерпретация двойственных задач.
36. Анализ чувствительности оптимального решения к параметрам задачи линейного программирования.
37. Решение задач линейного программирования симплекс-методом.
38. Транспортные задачи линейного программирования. Определение начального плана. Нахождение оптимального плана.
39. Понятие задачи целочисленного программирования. Типы задач целочисленного программирования. Экономические примеры, формализуемые как задачи целочисленного программирования.
40. Решение задач линейного целочисленного программирования методом отсечения. Алгоритм Гомори.
41. Решение задач целочисленного программирования методом ветвей и границ. Задача коммивояжера.
42. Многокритериальность и недоминируемые решения.
43. Экспертно оцениваемые критерии и их шкалы.
44. Методы шкалирования в многокритериальных задачах оптимизации. Метод парных сравнений.
45. Многокритериальность и недоминируемые решения.
46. Выделение эффективных решений посредством однокритериальной оптимизации. Метод критериальных ограничений.
47. Метод линейной свертки критериев.
48. Вычисление функций принадлежности методом парных сравнений.
49. Свойства бинарных отношений.
50. Классификация и свойства отношений предпочтения.
51. Функция полезности и бинарные отношения.
52. Использование бинарных отношений в задачах выбора.
53. Экспертная информация и меры близости.
54. Поиск минимального расстояния в пространстве упорядочений (ранжировок).

Д2. Экзаменационные задачи

Задача 1.

Найти экстремум функции методом множителей Лагранжа для следующей задачи:

$$f(x_1, x_2) = x_1^2 + x_2^2$$

при условиях

$$g_i(x_1, x_2) = x_1 + x_2 = 3,$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0.$$

Необходимо:

- проверить условие регулярности области допустимых решений (условие Якоби);
- составить вспомогательную функцию Лагранжа;
- для проверки необходимых условий экстремума составить систему уравнений частных производных функции Лагранжа по всем переменным;
- решить полученную систему уравнений и найти все точки подозрительные на экстремум;
- для всех точек подозрительных на экстремум проверить достаточные условия локального экстремума, проанализировав знакоопределенность окаймленной матрицы Гессе.

Задача 2.

В следующей словесно сформулированной задаче требуется:

1) составить математическую модель линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств.

2) изобразить графически множество допустимых планов. Составить таблицу соответствия допустимых базисных решений и вершин многоугольника допустимых планов;

3) найти графическим методом оптимальный план выпуска продукции. По заданию преподавателя провести исследование на чувствительность оптимального решения к вариациям одного из параметров задачи.

Фирма выпускает два вида продукции: шапки и шарфы. Требуется определить, какое количество шапок и шарфов можно изготовить из наличных ресурсов (время, шерсть, хлопок, полиэстер) указанных в табл. 1 так, чтобы обеспечить максимальную прибыль, если за шарф фирма установила цену за шарф, равную 2-м денежным единицам, а за шапку – 3-м денежным единицам.

Таблица 1

Вид ресурса	Запас ресурса	Число единиц ресурса, затрачиваемое на изготовление единицы продукции	
		P1-шарф	P2-шапка
S1- трудоемкость (время)	18	1	3
S2-хлопок	16	2	1
S3-шерсть	5	0	1
S4-полиэстер	21	3	0

Задача 3.

В следующей словесно сформулированной задаче требуется:

1) составить математическую модель линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств.

2) изобразить графически множество допустимых планов. Составить таблицу соответствия допустимых базисных решений и вершин многоугольника допустимых планов;

3) найти графическим методом оптимальный план выпуска продукции. По заданию преподавателя провести исследование на чувствительность оптимального решения к вариациям одного из параметров задачи;

На трех станках обрабатываются детали двух видов: А и В, причем каждая деталь проходит обработку на всех станках. Известно время обработки детали на каждом станке, время работы станков в течение одного цикла производства и прибыль от продажи одной детали каждого вида. Данные приведены в таблице.

Станки	Время обработки детали		Время работы станка за 1 цикл
	А	В	
I	1	2	16
II	1	1	10
III	3	1	24
Прибыль на 1 деталь, усл. ед.	4	2	

Задача 4.

Предприятие изготавливает и реализует два вида продукции с ценами c_1 и c_2 . Для производства продукции используются четыре вида ресурсов. Расходы каждого из ресурсов на изготовление одного изделия составляют соответственно a_1 , a_2 , a_3 и a_4 . Переменные x_1 и x_2 - целые (количество производимых изделий целочисленное).

Необходимо:

- 1). Используя словесное описание задачи составить её математическую модель: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений.
- 2). Ввести исходные данные во вкладку «Прямая задача» шаблона Excel в файле «Шаблон к двойственной задаче».
- 3). Открыть команду «Поиск решения», задать ячейки целевой функции, искомых переменных, ввести ограничения. Получить решение задачи.
- 4). Провести анализ отчетов о результатах, пределах и устойчивости, полученных с помощью табличного процессора Excel.

№ вар.	Целевая функц. Z			Ограничение 1			Ограничение 2			Ограничение 3			Ограничение 4		
	c_1	c_2	max-min	a_1	a_2	$\leq \geq$	a_1	a_2	$\leq \geq$	a_1	a_2	$\leq \geq$	a_1	a_2	$\leq \geq$
1.	2	3	max	1	2	≥ 4	2	-1	≥ 9	5	3	≤ 30	4	7	≤ 28

Задача 5.

Необходимо:

- 1). Используя словесное описание задачи, изложенной ниже составить математическую модель линейного программирования: записать целевую функцию и систему уравнений, порождаемую системой ограничений-неравенств.
- 2). Ввести исходные данные в шаблон Excel во вкладке «Прямая задача» в файле «Шаблон к двойственной задаче». Как это сделать описано в самом шаблоне.
- 3). Открыть команду «Поиск решения», проверить адреса ячеек целевой функции, искомых переменных и ограничений. В случае необходимости внести изменения. Получить решение прямой задачи.
- 4). Перейти на вкладку «Двойственная задача» и ввести исходные данные в шаблон Excel. Как это сделать описано в самом шаблоне.

5). Затем вновь открыть команду «Поиск решения», проверить адреса ячеек целевой функции, искомым переменных и ограничений. В случае необходимости внести изменения. Получить решение двойственной задачи.

6) Убедиться в правильности решения прямой и двойственной задач сравнением значений целевых функций в точке экстремума. Эти значения должны совпасть.

7). Сделать сопоставление переменных, ограничений и целевых функций прямой и двойственной задач линейного программирования так, как это сделано на вкладке «Двойственная задача» в файле «Пример выполнения задания 7».

Для изготовления изделий А и В используются три вида сырья. На производство одного изделия А требуется: сырья первого вида — 8 кг, второго — 5 кг и третьего — 4 кг. На производство одного изделия В требуется затратить: сырья первого вида — 6 кг, второго — 7 кг и третьего — 3 кг.

Производство обеспечено сырьем первого вида в количестве 182 кг, второго вида — 140 кг, третьего вида — 154 кг. Стоимость одного изделия А равна 10 руб., изделия В — 12 руб.

Составить оптимальный план выпуска продукции без ограничения по ассортименту.

РАЗДЕЛ 3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ НА РАЗЛИЧНЫХ ЭТАПАХ ИХ ФОРМИРОВАНИЯ, ОПИСАНИЕ ШКАЛ ОЦЕНИВАНИЯ

Балльно-рейтинговая система является базовой системой оценивания сформированности компетенций обучающихся очной формы обучения.

Итоговая оценка сформированности компетенции(й) обучающихся в рамках балльно-рейтинговой системы осуществляется в ходе текущего контроля успеваемости, промежуточной аттестации и определяется как сумма баллов, полученных обучающимися в результате прохождения всех форм контроля.

Оценка сформированности компетенции(й) по дисциплине складывается из двух составляющих:

✓ первая составляющая – оценка преподавателем сформированности компетенции(й) в течение семестра в ходе текущего контроля успеваемости (максимум 100 баллов). Структура первой составляющей определяется технологической картой дисциплины, которая в начале семестра доводится до сведения обучающихся;

✓ вторая составляющая – оценка сформированности компетенции(й) обучающихся на экзамене (максимум – 30 баллов).

уровни освоения компетенций	продвинутый уровень	базовый уровень	пороговый уровень	допороговый уровень
------------------------------------	---------------------	-----------------	-------------------	---------------------

100 – балль- ная шкала	85 и \geq	70 – 84	51 – 69	0 – 50
4 – балльная шкала	«отлично»	«хорошо»	«удовлетвори- тельно»	«неудо- влетво- ри- тельно»

**Шкала оценок при текущем контроле успеваемости
по различным показателям**

<i>Показатели оценивания сформированности компетенций</i>	<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>
Выполнение практических заданий	0-15	«неудовлетвори- тельно» «удовлетвори- тельно» «хорошо» «отлично»
Ответы на теоретические вопросы	0-15	«неудовлетвори- тельно» «удовлетвори- тельно» «хорошо» «отлично»
Выполнение лабораторных работ	0-15	«неудовлетвори- тельно» «удовлетвори- тельно» «хорошо» «отлично»
Контрольная работа	0-30	«неудовлетвори- тельно» «удовлетвори- тельно» «хорошо» «отлично»

**Соответствие критериев оценивания уровню освоения компетенций
по текущему контролю успеваемости**

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>	<i>Уровень осво- ения компе- тенций</i>	<i>Критерии оценивания</i>
0-50	«неудовлетво- рительно»	Допороговый уровень	Обучающийся не приобрел знания, умения и не владеет компетенци- ями в объеме, закреплённом рабо- чей программой дисциплины

51-69	«удовлетворительно»	Пороговый уровень	Не менее 50% заданий, подлежащих текущему контролю успеваемости, выполнены без существенных ошибок
70-84	«хорошо»	Базовый уровень	Обучающимся выполнено не менее 75% заданий, подлежащих текущему контролю успеваемости, или при выполнении всех заданий допущены незначительные ошибки; обучающийся показал владение навыками систематизации материала и применения его при решении практических заданий; задания выполнены без ошибок
85-100	«отлично»	Продвинутый уровень	100% заданий, подлежащих текущему контролю успеваемости, выполнены самостоятельно и в требуемом объеме; обучающийся проявляет умение обобщать, систематизировать материал и применять его при решении практических заданий; задания выполнены с подробными пояснениями и аргументированными выводами

Шкала оценок по промежуточной аттестации

<i>Наименование формы промежуточной аттестации</i>	<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>
Экзамен	0-30	«неудовлетворительно» «удовлетворительно» «хорошо» «отлично»

Соответствие критериев оценивания уровню освоения компетенций по промежуточной аттестации обучающихся

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>	<i>Уровень освоения компетенций</i>	<i>Критерии оценивания</i>
0-9	«неудовлетворительно»	Допороговый уровень	Обучающийся не приобрел знания, умения и не владеет компетенциями в

			объеме, закреплённом рабочей программой дисциплины; обучающийся не смог ответить на вопросы
10-16	«удовлетворительно»	Пороговый уровень	Обучающийся дал неполные ответы на вопросы, с недостаточной аргументацией, практические задания выполнены не полностью, компетенции, осваиваемые в процессе изучения дисциплины сформированы не в полном объеме.
17-23	«хорошо»	Базовый уровень	Обучающийся в целом приобрел знания и умения в рамках осваиваемых в процессе обучения по дисциплине компетенций; обучающийся ответил на все вопросы, точно дал определения и понятия, но затрудняется подтвердить теоретические положения практическими примерами; обучающийся показал хорошие знания по предмету, владение навыками систематизации материала и полностью выполнил практические задания
25-30	«отлично»	Продвинутый уровень	Обучающийся приобрел знания, умения и навыки в полном объеме, закреплённом рабочей программой дисциплины; терминологический аппарат использован правильно; ответы полные, обстоятельные, аргументированные, подтверждены конкретными примерами; обучающийся проявляет умение обобщать, систематизировать материал и выполняет практические задания с подробными пояснениями и аргументированными выводами

РАЗДЕЛ 4. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ, ОПРЕДЕЛЯЮЩИЕ ПРОЦЕДУРЫ ОЦЕНИВАНИЯ ЗНАНИЙ, УМЕНИЙ, НАВЫКОВ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЭТАПЫ ФОРМИРОВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Практические задания выполняются непосредственно во время занятий семинарского типа (одно задание на одну пару согласно текущей тематике занятия). Студенты должны выполнять задание самостоятельно, но имеют возможность обратиться к преподавателю за разъяснениями постановки задачи или оценкой пра-

вильности представленного решения. Если преподаватель вынужден разъяснять аспекты непосредственного выполнения задания, то это негативно отражается на оценке выполняющего задание студента.

Методика оценивания выполнения *практических заданий*

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>	<i>Показатели</i>	<i>Критерии</i>
5	«отлично»	1. <u>Полнота выполнения практического задания;</u> 2. <u>Своевременность выполнения задания;</u> 3. <u>Самостоятельность решения.</u>	Основные требования к выполнению задания выполнены. Продемонстрировано умение анализировать ситуацию и находить оптимальное количество решений, умение работать с информацией, в том числе умение затребовать дополнительную информацию, необходимую для достижения поставленной цели
3-4	«хорошо»		Основные требования к выполнению задания реализованы, но при этом допущены недочеты. В частности, недостаточно раскрыты навыки критического оценивания различных точек зрения, осуществление самоанализа, самоконтроля и самооценки, креативности, нестандартности предлагаемых решений
1-2	«удовлетворительно»		Имеются существенные отступления от выполнения работы. В частности отсутствуют навыки умения моделировать решения в соответствии с заданием, представлять различные подходы к разработке планов действий, ориентированных на конечный результат
0	«неудовлетворительно»		Задача выполнения работы не раскрыта, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Методика оценивания ответов на устные вопросы

<i>Баллы</i>	<i>Оценка</i>	<i>Показатели</i>	<i>Критерии</i>
13-15	Отлично (высокий уровень сформированности компетенции)	1. <i>Полнота данных ответов;</i> 2. <i>Аргументированность данных ответов;</i> 3. <i>Правильность ответов на вопросы;</i>	<i>Полно и аргументировано даны ответы по содержанию задания. Обнаружено понимание материала, может обосновать свои суждения, применить знания на практике, привести необходимые примеры не только по учебнику, но и самостоятельно составленные. Изложение материала последовательно и правильно.</i>

10-12	Хорошо (достаточный уровень сформированности компетенции)		<i>Студент дает ответ, удовлетворяющий тем же требованиям, что и для оценки «отлично», но допускает 1-2 ошибки, которые сам же исправляет.</i>
7-9	Удовлетворительно (приемлемый уровень сформированности компетенции)		<i>Студент обнаруживает знание и понимание основных положений данного задания, но: 1) излагает материал неполно и допускает неточности в определении понятий или формулировке правил; 2) не умеет достаточно глубоко и доказательно обосновать свои суждения и привести свои примеры; 3) излагает материал непоследовательно и допускает ошибки.</i>
0-6	Неудовлетворительно (недостаточный уровень сформированности компетенции)		<i>Студент обнаруживает незнание ответа на соответствующее задание, допускает ошибки в формулировке определений и правил, искажающие их смысл, беспорядочно и неуверенно излагает материал; отмечаются такие недостатки в подготовке студента, которые являются серьезным препятствием к успешному овладению последующим материалом.</i>

При оценке лабораторных работ учитываются следующие критерии: запись темы лабораторной работы, ее целей и задач, запись данных в таблицу с учетом погрешностей вычисления, запись расчетных формул, верное выполнение всех расчетов, формулирование и запись выводов и полученных результатов.

Методика оценивания выполнения лабораторных работ

Баллы	Оценка	Показатели	Критерии
13-15	Отлично (высокий уровень сформированности компетенции)	1. Полнота выполнения лабораторной работы; 2. Своевременность выполнения;	Основные требования к выполнению лабораторной работы выполнены. Продемонстрированы умение анализировать данные и находить оптимальное количество решений, умение работать с информацией. Правильно и аккуратно выполнены все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики, правильно выполнен анализ погрешностей.

10-12	Хорошо (достаточный уровень сформированности компетенции)	3. Правильность результатов и выводов;	Основные требования к выполнению лабораторной работы выполнены, но при этом допущены недочеты. В частности, недостаточно аккуратно выполнены все записи, таблицы, рисунки, чертежи, графики и сделаны выводы.
7-9	Удовлетворительно (приемлемый уровень сформированности компетенции)		Имеются существенные отступления от выполнения лабораторных работ. В частности имеются ошибки и погрешности в вычислениях, неправильно осуществлен выбор оптимального решения.
0-6	Неудовлетворительно (недостаточный уровень сформированности компетенции)		Цели и задачи лабораторной работы не выполнены, обнаруживается существенное непонимание проблемы

Методика оценивания выполнения контрольных работ

Баллы	Оценка	Показатели	Критерии
25-30	Отлично (высокий уровень сформированности компетенции)	1. Полнота ответов на поставленные вопросы;	Выполнено более 85 % заданий предложенного варианта, по вопросам дан полный, развернутый ответ на все поставленные вопросы
17-24	Хорошо (достаточный уровень сформированности компетенции)	2. Своевременность выполнения;	
10-16	Удовлетворительно (приемлемый уровень сформированности компетенции)	3. Правильность ответов на вопросы в контрольной работе;	Выполнено более 70 % заданий предложенной работы дан полный, развернутый ответ на поставленные вопросы; но были допущены неточности в определении понятий, терминов и др.
0-9	Неудовлетворительно (недостаточный уровень сформированности компетенции)	4. Самостоятельность выполнения;	
		5. Качество содержания ответов в выполненной письменной контрольной работе	Выполнено более 54 % заданий предложенной работы, даны неполные ответы на поставленные вопросы, в ответе не присутствуют доказательные примеры, текст со стилистическими и орфографическими ошибками.
			Выполнено не более 53 % заданий предложенной работы, на поставленные вопросы ответ отсутствует или неполный, допущены существенные ошибки в теоретическом материале (терминах, понятиях).

--	--	--	--

Итоговой формой контроля по дисциплине является экзамен. Экзамен проводится в виде письменного ответа на заданный вопрос. Каждому студенту предлагается 3 задания (2 теоретических вопроса и задача), каждое из которых оценивается максимум на 10 баллов. При оценке ответа на вопрос оценивается полнота ответа, точность формулировок и доказательств, правильное решение предложенной задачи.

Аттестационные испытания проводятся преподавателем, ведущим лекционные занятия по данной дисциплине, или преподавателями, ведущими практические и лабораторные занятия (кроме устного экзамена). Присутствие посторонних лиц в ходе проведения аттестационных испытаний без разрешения ректора или проректора по учебной работе не допускается (за исключением работников университета, выполняющих контролирующую функции в соответствии со своими должностными обязанностями). В случае отсутствия ведущего преподавателя аттестационные испытания проводятся преподавателем, назначенным письменным распоряжением по кафедре (структурному подразделению).

Инвалиды и лица с ограниченными возможностями здоровья, имеющие нарушения опорно-двигательного аппарата, допускаются на аттестационные испытания в сопровождении ассистентов-сопровождающих.

Во время аттестационных испытаний обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины, а также с разрешения преподавателя справочной и нормативной литературой, непрограммируемыми калькуляторами.

Методика оценивание ответа на экзамене

Баллы	Оценка	<i>Показатели</i>	<i>Критерии</i>
25-30	Отлично (высокий уровень сформированности компетенции)	1. Полнота изложения теоретического материала; 2. Полнота и правильность решения практического задания;	Дан полный, в логической последовательности развернутый ответ на поставленный вопрос, где он продемонстрировал знания предмета в полном объеме учебной программы, достаточно глубоко осмысливает дисциплину, самостоятельно, и исчерпывающе отвечает на дополнительные вопросы, приводит собственные примеры по проблематике поставленного вопроса, решил предложенные практические задания без ошибок.

17-24	Хорошо (достаточный уровень сформированности компетенции)	3. <i>Правильность и/или аргументированность изложения (последовательность действий);</i> 4. <i>Самостоятельность ответа;</i> 5. <i>Культура речи;</i>	<i>Дан развернутый ответ на поставленный вопрос, где студент демонстрирует знания, приобретенные на лекционных и семинарских занятиях, а также полученные посредством изучения обязательных учебных материалов по курсу, дает аргументированные ответы, приводит примеры, в ответе присутствует свободное владение монологической речью, логичность и последовательность ответа. Однако допускается неточность в ответе. Решил предложенные практические задания с небольшими неточностями.</i>
10-16	Удовлетворительно (приемлемый уровень сформированности компетенции)		<i>Дан ответ, свидетельствующий в основном о знании процессов изучаемой дисциплины, отличающийся недостаточной глубиной и полнотой раскрытия темы, знанием основных вопросов теории, слабо сформированными навыками анализа явлений, процессов, недостаточным умением давать аргументированные ответы и приводить примеры, недостаточно свободным владением монологической речью, логичностью и последовательностью ответа. Допускается несколько ошибок в содержании ответа и решении практических заданий.</i>
0-9	Неудовлетворительно (недостаточный уровень сформированности компетенции)		<i>Дан ответ, который содержит ряд серьезных неточностей, обнаруживающий незнание процессов изучаемой предметной области, отличающийся неглубоким раскрытием темы, незнанием основных вопросов теории, несформированными навыками анализа явлений, процессов, неумением давать аргументированные ответы, слабым владением монологической речью, отсутствием логичности и последовательности. Выводы поверхностны. Решение практических заданий не выполнено, то есть студент не способен ответить на вопросы даже при дополнительных наводящих вопросах преподавателя.</i>

**Лист актуализации оценочных материалов по дисциплине
«Моделирование экономических процессов и систем»**

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от «25» мая 2018 г. № 9
Зав. кафедрой _____

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от «25» мая 2019 г. № 9
Зав. кафедрой _____

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от «30» июня 2020 г. № 10
Зав. кафедрой _____

Оценочные материалы пересмотрены,
обсуждены и одобрены на заседании кафедры

Протокол от «26» мая 2021 г. № _____
Зав. кафедрой _____